

Zeitschrift für Astrophysik, Bd. 32, S. 200—250 (1953).

Veröffentlichung der Universitäts-Sternwarte Göttingen Nr. 105.

Photometrie von Fraunhofer-Linien mit der Lummer-Platte, angewandt auf die Mitte-Rand-Variation der Natrium D-Linien.

Von

W. PRIESTER.

Mit 16 Textabbildungen.

(*Eingegangen am 16. Januar 1953.*)

Teil I: Dargelegt wird ein neuartiges Verfahren zur Photometrie von Absorptionsspektren, die mit einem Interferometer von hohem Auflösungsvermögen ($A_{\lambda} = 370000$) erzeugt wurden.

Das mit breitem Vorzerleger-Spalt aufgenommene Interferometer-Spektrum wird so photometriert, daß der Registrierspalt in einem Kannelierungsstreifen des kontinuierlichen Spektrums geführt wird, wobei die Längsausdehnung des Spaltes stets senkrecht zur Dispersionsrichtung des Interferometers bleibt. Diese einfache Art der Photometrierung von Kannelierungsspektren macht jedoch eine zusätzliche Korrektur (Spaltbildkorrektur § 5.51) erforderlich.

In § 6 wird eine Methode zur Gewinnung des Apparateprofils der Lummer-Platte angeführt, die allgemein für Spektrographen von hohem Auflösungsvermögen verwendbar ist.

Der § 7 enthält die Ergebnisse der Photometrie, die am Beispiel der Mitte-Rand-Variation der Natrium D-Linien des Sonnenspektrums dargestellt wurde.

Teil II: Die Profile der NaD-Linien werden zur Untersuchung der physikalischen Struktur der Sonnenatmosphäre herangezogen. Durch Vergleich der beobachteten Mitte-Rand-Variation mit der theoretisch berechneten Variation der Linienflügel, die mit zwei von E. VITENSE angegebenen Sonnenmodellen ermittelt wurde, werden Aussagen über die Temperatur- und Druckschichtung in oberflächennahen Schichten ($\tau_0 < 0,1$) der Sonnenatmosphäre gemacht.

I. Absorptionslinien-Photometrie mit der Lummer-Platte.

1. Einleitung.

1.11. Zur Untersuchung der physikalischen Struktur der Sonnenatmosphäre ist es nützlich, genaue Profile der Fraunhofer-Linien zu besitzen. Es ist daher wünschenswert, Spektrographen von möglichst großem Auflösungsvermögen zu benutzen, um die Verzerrung der Linienprofile durch die Apparatur und die sich hieraus ergebenden Korrekturen bei der Auswertung der beobachteten Linien auf ein Minimum herabzudrücken.

Aus diesem Grunde wurde daher am Göttinger Sonnenturm der Versuch unternommen, die mit einem Lummer-Gehrcke-Interferometer

gewonnenen solaren Absorptionslinien nach einem neuartigen Verfahren zu photometrieren und eine für größere Beobachtungsprogramme brauchbare rationelle Methode der Auswertung der erhaltenen Photometerkurven zu entwickeln.

Außerdem ist zu bemerken, daß das hier für die Lummer-Platte entwickelte Verfahren sich direkt auch für Perot-Fabry-Interferometer verwenden läßt.

1.12. Ausgearbeitet wurde diese Photometrie an Hand von 21 Aufnahmen der beiden D-Linien des Natriums (5890 und 5896 Å), die 7 verschiedenen Sonnenstellen zwischen $\sin \vartheta = 0.00$ und $\sin \vartheta = 0.99$ angehören, wobei ϑ den Winkel zwischen der Beobachtungsrichtung und der Normalen auf der Sonnenoberfläche bezeichnet.

Die Na D-Linien wurden gewählt, weil hierfür bereits zuverlässige Profile vorliegen, die zum Vergleich für die Brauchbarkeit des hier entwickelten Verfahrens herangezogen werden können. Hier sind vor allem die von J. HOUTGAST am Potsdamer bzw. Utrechter Sonnenturm mit Gitterspektrographen gewonnenen Profile zu nennen. Zu weiteren Vergleichsmöglichkeiten liegen für diese Linien auch Interferometerprofile vor, aus Spektrogrammen, die von C. D. SHANE 1941 mit Hilfe eines Perot-Fabry-Interferometers aufgenommen wurden. Allerdings unterscheidet sich die von C. D. SHANE entwickelte Methode sowohl hinsichtlich der Aufnahmetechnik als auch der Photometrie in entscheidenden Punkten von dem hier vorgelegten Verfahren. Diese grundsätzlichen Unterschiede werden in § 5.2 behandelt.

1.13. Ein weiteres Anliegen dieser Arbeit besteht darin, durch Vergleich der beobachteten Mitte-Rand-Variation der Linienflügel und der für verschiedene Sonnenmodelle theoretisch berechneten Variation, Aussagen über die Temperatur- und Druckschichtung in der Sonnenatmosphäre zu machen, insbesondere über die Schichtung in optischen Tiefen $\tau_0 < 0.1$. Hierfür sind die Na D-Linien geeignet, weil die Häufigkeit der Na-Atome im Grundzustand (Ausgangsniveau der D-Linien) in den hohen Schichten der Atmosphäre relativ groß ist und nach den tieferen Schichten hin abnimmt, so daß die Linienflügel in relativ hohen Schichten der Sonnenatmosphäre entstehen (vgl. § 8). Die theoretische Untersuchung der übrigen Teile des Na D-Linienprofils (Restintensität und Linienflanken) muß einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben.

1.2. Interferometer zeichnen sich dadurch aus, daß sie im allgemeinen ein größeres Auflösungsvermögen besitzen als die bisher verwendeten Gitter- oder Prismenspektrographen. Und zwar zeichnen sie sich nicht nur durch eine kleinere Halbwertsbreite des Apparateprofils aus, d. h. also durch ein erhöhtes Trennungsvermögen, sondern auch vor allem dadurch, daß die Flügel des Apparateprofils beim Interferometer wesentlich schwächer sind als die der üblichen Gitterspektrographen, wie

ein Vergleich mit einigen zur Verfügung stehenden Apparateprofilen von Gitterspektrographen gezeigt hat. Zu diesem Vergleich wurden die Gitter des Potsdamer und des Göttinger Sonnenturms herangezogen [1], [2] (vgl. auch § 6).

Der Nachteil der Interferometer liegt in der umfangreicheren Reduktionsarbeit und der längeren Belichtungszeit bei der Gewinnung der photographischen Aufnahmen.

Unter Interferometern seien in dieser Arbeit stets die heute wohl allein benutzten Interferenzspektroskope von LUMMER-GEHRCKE und die im physikalischen Laboratorium so außerordentlich bewährten Luftplatten-Spektroskope von PEROT-FABRY verstanden.

Für die in Göttingen geplanten Beobachtungsprogramme (Untersuchung des Spektrums, das von kleinen Bereichen der Sonne ausgesandt wird, wie z. B. Sonnenflecke und Filamente oder enge Bereiche des Sonnenrandes) wurde von Herrn Prof. TEN BRUGGENCATE ein Glasplattenspektroskop nach LUMMER-GEHRCKE (Lummer-Platte) gewählt, weil dieses für die speziellen Probleme der Sonnenphysik einige entscheidende Vorteile gegenüber dem Perot-Fabry-Interferometer aufweist.

Eine Photometrie von Fraunhofer-Linien, die mit einem Perot-Fabry-Interferometer erhalten wurden, ist von P. J. TREANOR in Oxford geplant (vgl. [3], S. 405).

1.3. Wegen der großen Bedeutung der beiden Interferometerarten werden die hier in Betracht kommenden Vor- und Nachteile kurz zusammengestellt und gegeneinander aufgewogen.

1.31. Die Lummer-Platte liefert auch von kleinen Gebieten der Sonnenscheibe eine wesentlich größere Zahl von Interferenzen als ein Perot-Fabry-Interferometer gleichen Auflösungsvermögens in der gleichen Aufstellung. Die optische Aufstellung ist aber weitgehend durch die gesamte spektroskopische Anlage und die Forderung nach photometrierbaren Spektren festgelegt. Für die Photometrie von starken Fraunhofer-Linien, deren Wellenlängenbereich ein Vielfaches des Dispersionsgebietes umfaßt, ist es notwendig, daß das Interferometer eine hinreichende Anzahl von Interferenzen liefert. Zum Beispiel waren für die Untersuchung der Na D-Linien mit der Lummer-Platte 9 Interferenzen erforderlich, weil der λ -Bereich der Linien das Neunfache des Dispersionsgebietes umfaßt. Um auch beim Perot-Fabry-Interferometer von kleinen Gebieten der Sonnenscheibe eine hinreichende Anzahl von Interferenzen zu erhalten, wäre eine Zwischenvergrößerung des Sonnenbildes notwendig, die aber unweigerlich mit einem entsprechenden Intensitätsverlust verbunden ist.

1.32. Zwei korrespondierende Interferenzmaxima (d. h. 2 Maxima, die auf der Photoplatte den gleichen Abstand vom Zentrum des Interferenzsystems haben) stammen bei der Lummer-Platte von der gleichen

Sonnenstelle, beim Perot-Fabry-Interferometer von verschiedenen. Diese Eigenschaft der Lummer-Platte hat bei der Vermessung von Aufspaltungen von Spektrallinien (z. B. durch Zeeman-Effekte in Sonnenflecken) erhebliche Vereinfachungen der Reduktion zur Folge, außerdem läßt sich direkt der doppelte Betrag der Aufspaltung messen.

1.33. Eine einmal justierte Lummer-Platte, welche in einem thermokontanten Spektrographenraum steht, behält ihre Justierung bei im Gegensatz zum Perot-Fabry-Interferometer, das durchschnittlich alle 2 Stunden mit Hilfe einer künstlichen monochromatischen Lichtquelle durch Nachstellen der Andruckfedern korrigiert werden muß. Dafür stellt die Lummer-Platte höhere Anforderungen bei der Fertigung (Planheit und Parallelität der Flächen, Homogenität des Glases) und bei der Aufstellung der Platte (Durchbiegung!).

1.34. Ein wesentlicher Vorteil des Perot-Fabry-Interferometers liegt darin, daß man durch stärkere Versilberung der Platten das Auflösungsvermögen steigern kann, wenn man in der Lage ist, den damit verbundenen Intensitätsverlust in Kauf zu nehmen. Eine Abschätzung der Intensitäten der Interferenzmaxima bei beiden Interferometern — gleiche Aufstellung und gleiches Auflösungsvermögen vorausgesetzt — hat ergeben, daß hier keine wesentlichen Unterschiede bestehen. Zur empirischen Bestätigung des nur abgeschätzten Sachverhaltes wird an der Göttinger Sternwarte zur Zeit eine Untersuchung vorbereitet. Die Abschätzung für das Perot-Fabry-Interferometer wurde auf Grund der von H. KUHN [4] angegebenen Werte für Reflexionsvermögen und Absorption der Silberschichten angestellt unter Benutzung einer Airy-Verteilung für die Intensitäten¹.

1.35. Der für den Physiker so bedeutsame Vorzug des Perot-Fabry-Interferometers, daß sich durch Veränderung des Plattenabstandes das Auflösungsvermögen proportional zu diesem Abstand steigern läßt, hat bei photometrischen Arbeiten für die Sonnenphysik nur eine geringe Bedeutung, da durch die lineare Dispersion des Vorzerleger-Spektrographen und die Forderung nach einem photometrierbaren Kannelierungsspektrum der Etalon-Abstand weitgehend festgelegt ist (vgl. § 3.13 und § 3.16).

Bei der empirischen Bestimmung des Apparateprofils des Interferometers kommt dieser Vorzug aber voll zur Geltung. Bei beiden Interferometern läßt sich dieses Profil durch Photometrierung sehr scharfer Emissionslinien gewinnen. Die Photometerkurven liefern ein Profil, welches durch Faltung des Apparateprofils mit dem wahren Eigenprofil der benutzten Linie entstanden ist (vgl. hierzu § 6). Der Vorteil des

¹ Für die von A. H. JARRETT [Monthly Notices **112**, 295 (1952)] benutzten Zinksulfid-Kryolit-Schichten wird die Abschätzung der Intensitätswerte etwas günstiger, weil diese Schichten eine geringere Absorption aufweisen.

Perot-Fabry-Interferometers liegt nun darin, daß durch Verwendung eines kleinen Plattenabstandes (1 oder 2 mm Etalon) das Apparateprofil direkt aus den Photometerkurven der aufgenommenen Emissionslinie gewonnen werden kann, da bei so kleinem Plattenabstand das Auflösungsvermögen so gering ist, daß das Eigenprofil der benutzten Emissionslinie vernachlässigt werden kann. Hiernach ist lediglich eine einfache Umrechnung der Wellenlängenskala notwendig, um das Apparateprofil, welches dem bei den eigentlichen Beobachtungen benutzten Plattenabstand zugehört, zu gewinnen. Bei der Lummer-Platte muß das Apparateprofil aus der beobachteten Intensitätsverteilung der Emissionslinie und dem wahren Profil dieser Linie, welches auf andere Weise beschafft werden muß, durch Entfaltung z. B. mit Hilfe von Voigt-Profilen [5], [2] gewonnen werden.

2. Die Göttinger Anordnung des Lummer-Gehrcke-Interferometers.

Eine ausführliche Beschreibung der Interferometer-Einrichtung befindet sich in dem Bericht: „Das Turmteleskop der Göttinger Sternwarte“ von P. TEN BRUGGENCATE und F. W. JÄGER [6]. Dort ist auch ein Interferenz-Spektrum der Linie Na D₂ abgebildet.

Nachzutragen bleibt nur, daß im Winter 1951/52 das Kamera-Objektiv vergütet und außerdem die Kollimatorlinse gegen einen vergüteten Achromaten von 46 cm Brennweite ausgetauscht wurde.

3. Aus der Theorie der Lummer-Platte.

In diesem Paragraphen werden einige wichtige Beziehungen für die Interferenzspektren der Lummer-Platte abgeleitet, die in gleicher Weise für Emissionslinien- und Absorptionslinien-Spektren (Kannelierungsspektren) gelten. Vgl. auch C. RUNGE und K. W. MEISSNER, Handbuch der Astrophysik I, 1 § 47 bis 52 [32].

Das Aussehen des Kannelierungsspektrums (vgl. [6], Abb. 17) läßt sich leicht verstehen, wenn man sich das eingestrahlte Kontinuum in eine unendliche Zahl von Emissionslinien zerlegt denkt, von denen das Interferometer Spektren erzeugt, die sich dann zum Kannelierungsspektrum zusammensetzen.

3.1. Zusammenstellung häufig benutzter Beziehungen aus der Theorie der Lummer-Platte.

3.1.1. *Der Gangunterschied der interferierenden Bündel.* Alle von der flächenhaften Lichtquelle kommenden Strahlen treten praktisch senkrecht in die Stirnfläche des Gehrcke-Prismas ein, werden an der Hypotenusenfläche totalreflektiert und gelangen somit in die Lummer-Platte, in der sie mehrere Male reflektiert werden (19mal)¹, wobei

¹ Die eingeklammerten Größenangaben beziehen sich stets auf die hier benutzte Lummer-Platte und eine Wellenlänge von 5890 Å.

jeweils ein geringer Bruchteil der Strahlung austritt. Die nach oben bzw. unten austretenden Teilbündel interferieren in der Fokalebene des Kameraobjektivs. Ein Interferenzmaximum entsteht für Bündel,

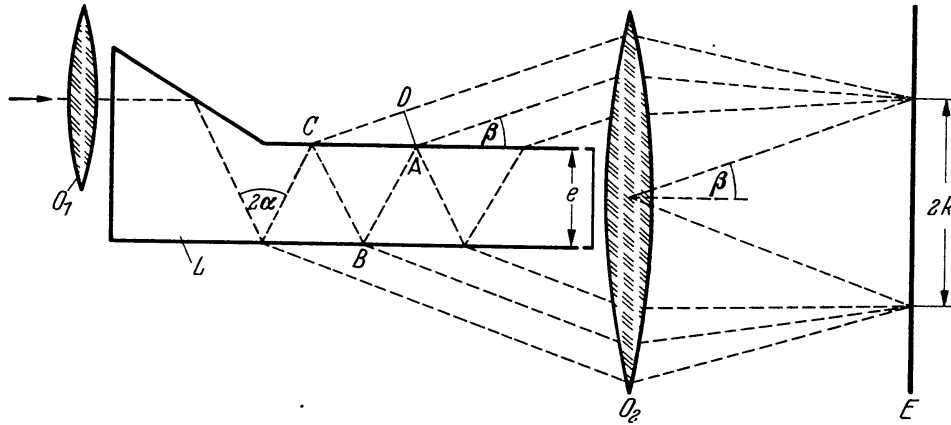


Abb. 1. Strahlengang in der Lummer-Platte. Gezeichnet wurde nur der Zentralstrahl eines einfallenden monochromatischen Bündels und je 3 austretende Teilbündel.

deren Gangunterschied G ein ganzzahliges Vielfaches m von λ ist. Gemäß Abb. 1 folgt:

$$G = AB + CB - CD \quad (1)$$

$$G = 2 \mu \cdot e \cdot \cos \alpha = m \lambda \quad (2)$$

wenn m = Ordnungszahl (19 650)

μ = Brechzahl des Glases (1.527)

e = Plattendicke (5 mm)

α = Winkel des Strahles in der Platte gegen die Normale ($\cong 41^\circ$).

Bei Benutzung des Austrittswinkels β folgt unter Berücksichtigung des Brechungsgesetzes $\mu \cdot \sin \alpha = \cos \beta$:

$$2 \cdot e \sqrt{\mu^2 - \cos^2 \beta} = m \lambda. \quad (3)$$

Für die innerste beobachtbare Ordnung m_0 ($\beta = 0$) gilt dann

$$2 \cdot e \sqrt{\mu^2 - 1} = m_0 \lambda. \quad (4)$$

3.12. Das Auflösungsvermögen. Das theoretische Auflösungsvermögen A_{th} ergibt sich in der bekannten Weise aus der Forderung, daß zwei unendlich scharfe Spektrallinien der Wellenlängendifferenz $d\lambda$ gerade noch getrennt werden können, wenn das Maximum der einen in das erste Minimum der anderen fällt.

$$m \cdot (\lambda + d\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right) \cdot \lambda \quad (5)$$

$$A_{th} = \frac{\lambda}{d\lambda} = m \cdot N = 373\,000 \quad (\lambda = 5890 \text{ Å}) \quad (6)$$

wenn λ = betrachtete Wellenlänge (5890 Å)

$d\lambda$ = Abstand des ersten Minimums (15,8 mÅ bei $N = 19$)

N = Anzahl der interferierenden Bündel (19)

(berechnet aus der Länge L der Platte: $N = \frac{L}{2 e \operatorname{tg} \alpha}$).

3.13. *Das Dispersionsgebiet.* In ähnlicher Weise erhält man für das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda^*$ eine Beziehung aus der Frage, für welche Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda^*$ das Interferenzmaximum der m ten Ordnung mit dem der $(m - 1)$ ten Ordnung zusammenfällt.

$$(m - 1) \lambda = m (\lambda - \Delta\lambda^*) \quad (7)$$

$$\Delta\lambda^* = \frac{\lambda}{m} = 0.300 \text{ Å} \quad (\lambda = 5900 \text{ Å}) \quad (8)$$

Die für Interferometer charakteristische, außerordentlich geringe Größe des Dispersionsgebietes und die dadurch bedingte starke Überlappung der einzelnen Ordnungen macht eine große Vorzerlegung des Spektrums notwendig.

3.14. *Abstand eines Interferenzmaximums vom Zentrum des Interferenzsystems.* Dieser gemäß Abb. 1 mit R bezeichnete Abstand errechnet sich aus der Brennweite f der Kameralinse, dem Austrittswinkel β und dem Gangunterschied zwischen den einzelnen Bündeln. Es ist

$$R = f \cdot \operatorname{tg} \beta = f \cdot \beta \quad (\beta \text{ im Bogenmaß}). \quad (9)$$

Da β in jedem Falle hinreichend klein ist, kann $\operatorname{tg} \beta$ durch den Bogen β ersetzt werden. Aus der Formel für den Gangunterschied (§ 3.11) und dem Brechungsgesetz folgt dann nach einigen einfachen Umrechnungen als brauchbare Näherung:

$$R = f \cdot \sqrt{\frac{m^2 \lambda^2}{4 e^2} - (\mu^2 - 1)}. \quad (10)$$

Eine höhere Näherung findet sich bei P. J. TREANOR [3].

Wir finden also einen hyperbolischen Zusammenhang zwischen R und λ , der die Hyperbelform des Kannelierungsspektrums bewirkt. Denn die Form der Kannelierungsstreifen in der Q, R -Ebene¹ (Photoplatte) ergibt sich sofort aus den Dispersionsbeziehungen des Gitterspektrographen $Q = \operatorname{const} \cdot \lambda$ und der Lummer-Platte Gl. (10). Diese beiden Gleichungen liefern einen hyperbolischen Zusammenhang zwischen Q und R . Die gemeinsame Achse aller Hyperbeln ist die Abszissenachse (Q). Der Scharparameter der Hyperbeln ist die Ordnungszahl m . In jedem Streifen wächst λ mit R .

¹ Q = Abszisse (in Dispersionsrichtung des Vorzerlegers), R = Ordinate (in Dispersionsrichtung der Lummer-Platte).

3.15. *Die lineare Dispersion.* Durch Differentiation der Formel (10) folgt

$$d\lambda = \frac{2e}{m} \cdot \frac{f^2 \cdot R}{(f^2 + R^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu^2 - \frac{1}{1 + \frac{R^2}{f^2}}}} \cdot dR. \quad (11)$$

Berücksichtigt man nun, daß stets $R \ll f$ ist, so gilt die Näherung

$$d\lambda = \frac{2eR}{m f^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu^2 - 1}} \cdot dR. \quad (12)$$

Hieraus ersieht man z. B., daß für ein festes $d\lambda$ das zugehörige dR mit wachsendem R abnimmt, d. h. daß die einzelnen Interferenzmaxima mit wachsendem R immer dichter zusammenrücken.

3.16. *Die Spaltbreite des Vorzerlegers.* Die seitliche Längsausdehnung der einzelnen Interferenzmaxima ist direkt von der Spaltbreite des Vorzerlegers abhängig. Man kann also beim Kannelierungsspektrum den Spalt so weit öffnen, daß zwei benachbarte Streifen gerade gegeneinander stoßen. Diese Grenzlage der Spaltbreite s_g errechnet sich, wie man leicht überlegt, aus folgendem Ausdruck:

$$s_g \text{ (mm)} = \frac{\text{Dispersionsgebiet } \Delta\lambda^* \text{ (Å)}}{\text{lin. Disp. des Vorzerlegers } \delta\lambda \text{ (Å/mm)}} \quad (13)$$

Für die hier benutzte Lummer-Platte ergibt sich bei $\lambda = 5890 \text{ Å}$ aus

$$\Delta\lambda^* = 0.300 \text{ Å und } \delta\lambda = 0.586 \text{ Å/mm} \\ s_g = 0.510 \text{ mm.}$$

Bei dieser Spaltbreite verschwindet die Grenze zwischen den einzelnen Kannelierungsstreifen. In praxi wird man die Spaltbreite s etwa 5 bis 20% kleiner wählen, um deutlich getrennte Streifen zu haben. Außerdem hängt von der Wahl der Spaltbreite die Größe der Spaltbildkorrektur (§ 5.51) entscheidend ab.

3.17. *Anzahl der Interferenzen bei niedriger Höhe der Lichtquelle.* Eine für die Sonnenphysik fundamentale Eigenschaft der Lummer-Platte ist, daß sie auch bei kleinen vertikalen Ausdehnungen der Lichtquelle, d. h. bei der hier verwendeten Anordnung bei niedrigen Spalthöhen, noch eine für die Photometrie hinreichende Zahl von Interferenzen liefert. Auf diese Eigenschaft wurde schon in § 1.31 hingewiesen. Sie soll nun im folgenden begründet werden.

Wir fragen zuerst nach dem Winkelbereich β , in welchen die Lummer-Platte das erhaltene Licht aussendet, wenn die Lichtquelle, von ihr aus gesehen, unter dem Winkel η erscheint.

Hierzu betrachten wir zwei Lichtbündel, die von zwei verschiedenen Punkten der Lichtquelle B , B' (mit dem Abstand h) in die Lummer-Platte eindringen. Dabei sei zur Vereinfachung die Neigung der Lummer-Platte gerade so eingestellt, daß der von B ausgesandte Strahl die

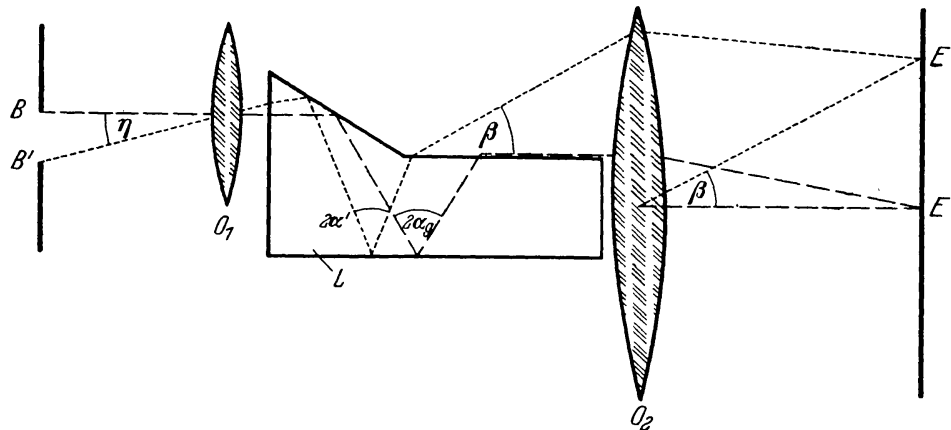


Abb. 2. Strahlengang in der Lummer-Platte. (Erklärung im Text.)

Platte genau streifend wieder verläßt und in der Fokalebene des Kameraobjektivs (O_2) in der optischen Achse abgebildet wird (Punkt E , Abb. 2). In Abb. 2 wurden nur zwei eintretende Bündel und das jeweils erste nach oben austretende Teilbündel gezeichnet.

Das von B' ausgesandte Bündel wird in E' vereinigt. Der Abstand EE' sei R . Die Reflexionswinkel in der Lummer-Platte seien entsprechend α und α' , wobei hier infolge des streifenden Austritts $\alpha = \alpha_g$ = Grenzwinkel der Totalreflexion ist. Ferner sei $\Delta \alpha = \alpha_g - \alpha'$, μ = Brechzahl des Glases. Es gelten nunmehr folgende Beziehungen:

1. Für die unerhebliche Brechung beim Eintritt der Strahlen gilt gemäß Brechungsgesetz

$$\eta = \mu \cdot \Delta \alpha \quad (14)$$

Der Sinus wurde durch den Bogen ersetzt.

2. Für den Austritt der Strahlen aus der Lummer-Platte gilt analog

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \mu \cdot \sin \alpha' = \mu \cdot \sin (\alpha_g - \Delta \alpha) \\ &= \mu \sin \alpha_g \cdot \cos \Delta \alpha - \mu \cdot \cos \alpha_g \sin \Delta \alpha \end{aligned} \quad (15)$$

oder in 1. Näherung

$$1 - \frac{\beta^2}{2} = 1 - \sqrt{\mu^2 - 1} \cdot \Delta \alpha \quad (16)$$

$$\beta^2 = 2 \sqrt{\mu^2 - 1} \cdot \Delta \alpha, \quad (17)$$

Ferner mit Formel (14)

$$\beta^2 = 2 \frac{\sqrt{\mu^2 - 1}}{\mu} \eta. \quad (18)$$

Mißt man die Winkel in Bogengraden und setzt $\mu = 1.53$, so wird

$$\beta^\circ \approx 10 \cdot \sqrt{\eta}. \quad (19)$$

Man sieht hieraus die starke Auffächerung der Strahlen durch die Lummer-Platte. Setzt man z. B. $\eta = 1^\circ$, so erhält man Interferenzen in einem Winkelbereich von $\beta = 10^\circ$. Diese starke Auffächerung wird dadurch hervorgerufen, daß die Strahlen infolge des Gehrcke-Prismas nahezu ungebrochen in die Lummer-Platte eintreten, dort aber wegen der Brechung nahe dem Grenzwinkel der Totalreflexion unter stark verschiedenen Winkeln wieder austreten.

Beim Übergang von den Winkeln auf die Strecken h und R ergibt sich für die Lummer-Platte

$$\frac{R^2}{f_{Ka}^2} = 2 \frac{\sqrt{\mu^2 - 1}}{\mu} \frac{h}{f_{Ko}} \quad (20)$$

(f_{Ka} = Kamera-Brennweite, f_{Ko} = Kollimator-Brennweite)

speziell für $\mu = 1.53$

$$\frac{R^2}{f_{Ka}^2} = 1.5 \frac{h}{f_{Ko}}. \quad (21)$$

Daraus folgt für die Göttinger Anordnung $f_{Ko} = f_{Ka} = 460$ mm

$$R^2 \approx 650 h \quad \underline{(h, R \text{ in mm})} \quad (22)$$

$$R \approx 26 \sqrt{h}. \quad (23)$$

Man sieht also, daß man bei 1 mm Spalthöhe auf der Photoplatte Interferenzen im Bereich von 26 mm Höhe zu erwarten hat.

Es bleibt jetzt noch die Frage zu beantworten, wieviele Interferenzmaxima die Lummer-Platte in dem oben beschriebenen Winkelbereich β erzeugt. Hierzu greifen wir auf § 3.14 zurück [Formel (10)]. Setzen wir dort $m = m_0 + n$, wo m_0 die innerste Ordnung und n also die vom Zentrum des beobachtbaren Interferenzsystems aus gezählten Ordnungen angibt.

$$\begin{aligned} R &= f_{Ka} \sqrt{\frac{(m_0 + n)^2 \lambda^2}{2 e^2} - (\mu^2 - 1)} \\ &= f_{Ka} \sqrt{\mu^2 - 1} \sqrt{\frac{m_0^2 \lambda^2}{4 e^2 (\mu^2 - 1)} + \frac{(2 m_0 n + n^2) \lambda^2}{4 e^2 (\mu^2 - 1)} - 1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Unter Berücksichtigung von Formel (4) in § 3.11 folgt die Näherungsformel, wenn außerdem n^2 gegen $2 m_0 n$ vernachlässigt wird:

$$R = f_{Ka} \sqrt{\mu^2 - 1} \sqrt{\frac{\lambda}{e} n}. \quad (26)$$

Daraus folgt hier speziell für $\lambda = 5890$ Å, $e = 5$ mm, $f_{Ka} = 460$ mm

$$R = 5,6 \sqrt{n}.$$

Durch Vereinigung der Formeln (26) und (20) ergibt sich also bei der Lummer-Platte für die Anzahl n der bei einer Spalthöhe h beobachtbaren Interferenzen:

$$n = \frac{e}{\lambda} \frac{1}{\mu \sqrt{\mu^2 - 1}} \frac{h}{f_{Ko}}. \quad (27)$$

Speziell für $\lambda = 5890 \text{ \AA}$, $\mu = 1.53$, $e = 5 \text{ mm}$, $f_{Ko} = 460 \text{ mm}$ wird

$$n \approx 20 \cdot h \quad (h \text{ in mm}) \quad (28)$$

Das heißt in der Göttinger Anordnung werden bei 1 mm Spalthöhe 20 Interferenzen mit einer Gesamthöhe von 26 mm beobachtet.

Um die Bedeutung der hier aufgezeigten Eigenschaften der Lummer-Platte deutlich zu machen, wird eine kurze Übersicht über die entsprechenden Verhältnisse beim Perot-Fabry-Interferometer gegeben.

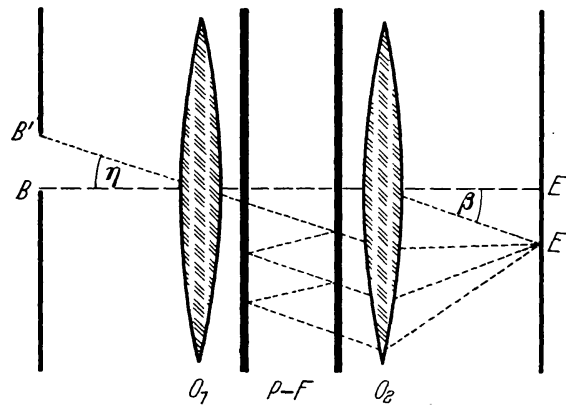


Abb. 3.
Strahlengang im Perot-Fabry-Interferometer. Die Bezeichnungen sind die gleichen wie in Abb. 2.

Für dieses Interferometer ergibt sich aus dem Strahlengang $\beta = \eta$. Hier findet also keine Auffächerung statt. Ferner gilt

$$\frac{R}{f_{Ka}} = \frac{h}{f_{Ko}}. \quad (29)$$

Für die Anzahl der beobachtbaren Interferenzen n ergibt sich in analoger Weise wie bei der Lummer-Platte

$$R = f_{Ka} \sqrt{\frac{\lambda}{e}} n \quad (30)$$

also

$$n = \frac{e}{\lambda} \frac{h^2}{f_{Ko}^2} \quad (31)$$

$$n \approx \frac{10^4}{f_{Ko}^2} h^2 \quad (e = 6 \text{ mm}, \quad \lambda = 6000 \text{ \AA}). \quad (32)$$

Mit der oben angeführten Optik ($f_{Ko} = 460 \text{ mm}$) würde man also höchstens eine Interferenzerscheinung bei 1 mm Spalthöhe erhalten. Außerdem verbietet sich hier im Gegensatz zur Lummer-Platte eine 1:1-Abbildung, da dabei das Bild auf der Photoplate auch nur 1 mm Höhe aufweisen würde. Man wird also die Kollimator-Brennweite verkürzen. Es ist jedoch erforderlich, um z. B. 9 Interferenzen

zu erhalten, wie sie in dem angeführten Beispiel für die NaD-Linien benötigt werden, die Kollimatorbrennweite auf rund 30 mm zu verkürzen. Die Beschaffung einer einwandfreien Optik von so kurzer Brennweite kann aber unter Umständen zu Schwierigkeiten führen. Auch die Möglichkeit, durch eine Zwischenvergrößerung, etwa mit Hilfe einer Zylinderlinse, die wirksame Spalthöhe zu vergrößern, kann abgesehen von dem Intensitätsverlust nicht recht befriedigen.

Die Auffächerung des Strahlenganges in der Lummer-Platte bringt eine Folgeerscheinung mit sich, die für die Photometrie in gleicher Weise lästige wie angenehme Eigenschaften besitzt. Es ist das Abfallen der Intensität¹ der auf der Photoplatte abgebildeten Interferenzen zum Zentrum des Interferenzsystems hin ($R = 0$). Das bedeutet bei Interferenzen von Emissionslinien, daß die Intensitäten der Interferenzmaxima eine Funktion vom Abstand R vom Zentrum des Systems sind, die monoton mit R wächst und, wie sich empirisch gezeigt hat, in guter Näherung linear mit R ansteigt, wenn die Lichtquelle von jedem Flächenelement $dh \cdot l$ die gleiche Strahlungsleistung dW in die abbildende Optik aussendet, oder anders ausgedrückt, wenn das als Lichtquelle dienende Spaltbild in der Höhe gleichmäßig ausgeleuchtet ist. Beim Interferenzspektrum eines Kontinuums ergibt sich entsprechend ein weitgehend lineares Abfallen der Kontinuumsintensität mit $R \rightarrow 0$.

Die lästige Eigenschaft bei der Photometrie ist, daß man den durch die Lummer-Platte bedingten Intensitätsabfall gesondert photometrisch ermitteln muß. Dagegen liegt die angenehme Seite dieser Eigenschaft darin, daß der Belichtungsspielraum größer wird, da man bei der Photometrierung jeweils die Ordnungen auf der Photoplatte auswählen kann, die optimale Schwärzung aufweisen.

Das Zustandekommen des in 1. Näherung linearen Intensitätsabfalles läßt sich leicht einsehen auf Grund der Formel (20), die den Zusammenhang zwischen R und h liefert. Sie lautet in vereinfachter Form

$$h = \text{const } R^2. \quad (32)$$

Hieraus folgt durch Differentiation

$$dh = \text{const}^+ \cdot R \cdot dR. \quad (33)$$

Hierdurch wird jedem Bereich dR auf der Platte — nur die vertikale Ausdehnung interessiert! — eindeutig ein Bereich dh der Lichtquelle zugeordnet. Es ist natürlich zweckmäßig, unter dR den Bereich einer Interferenz (also ein Dispersionsgebiet) zu verstehen. Setzt man nun eine an allen Stellen h gleichmäßig strahlende Lichtquelle voraus, so ist die an irgendeiner Stelle h der Lichtquelle aus einem Bereich dh

¹ Unter Intensität wird hier stets die Bestrahlungsstärke, also die pro Flächenelement einfallende Strahlungsleistung verstanden.

in die abbildende Optik geschickte Strahlungsleistung dW dieser Höhe dh proportional. Es gilt also auch:

$$dW = \text{const}^{++} \cdot R \cdot dR \quad (34)$$

$$\frac{dW}{dR} = \text{const}^{++} \cdot R. \quad (35)$$

Dieses $\frac{dW}{dR}$ bedeutet aber anschaulich gerade die pro Längeneinheit (Flächeneinheit) auf die Platte an einer Stelle R einfallende Strahlungsleistung, also die einfallende Intensität (Bestrahlungsstärke); diese ist aber gemäß der obigen Beziehung proportional zu R . Eine Vernachlässigung wurde hier gemacht durch die stille Voraussetzung, daß das Auflösungsvermögen der Lummer-Platte für alle in Betracht kommenden R -Werte gleich groß ist, d. h. daß jede Interferenz die gleiche Profilform $I(\lambda)$ hat. Dies ist aber zunächst nicht zu erwarten, da das Reflexionsvermögen der Lummer-Platte für die allerdings nur wenig verschiedenen Auftreffwinkel α naturgemäß verschieden sein muß, und zwar so, daß für die inneren Interferenzen des Systems das Reflexionsvermögen größer und damit das Auflösungsvermögen gleichfalls größer ist. Diese Tatsache wird aber (vgl. § 6) dadurch kompensiert, daß bei den inneren Interferenzen sich die Aufstellungs- und Planschliff-Fehler stärker bemerkbar machen, so daß im weiten Bereich das praktische Auflösungsvermögen konstant ist. Dadurch erklärt sich, daß empirisch eine weitgehend lineare Beziehung zwischen dem Abstand R vom Zentrum des Interferenzsystems und der Intensität der einzelnen Interferenzmaxima bzw. des Kontinuums gefunden wurde. Diese Überlegung gilt nämlich in gleicher Weise für das Interferenzspektrum des Kontinuums.

4. Die Aufnahmen der Natrium D-Linien.

Die für diese Untersuchung verwendeten Aufnahmen der Na D-Linien wurden im Spätsommer 1950 mit der in § 2 genannten Interferometer-Apparatur gemacht. Der aufgenommene Wellenlängenbereich (12 Å) wurde so ausgewählt, daß auf jeder Aufnahme beide D-Linien symmetrisch zur Mitte lagen. Untersucht wurde die Mittele-Rand-Variation der beiden Linien an den 7 Sonnenstellen:

$$\sin \vartheta = 0.00; 0.60; 0.80; 0.90; 0.95; 0.98; 0.99,$$

wo ϑ den Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und der Normalen zur Sonnenoberfläche darstellt. Besonders wurde, namentlich bei den Randaufnahmen, die aus technischen Gründen ausschließlich im Bereich des Nordrandes der Sonnenscheibe lagen, darauf geachtet, ungestörte Gebiete der Photosphäre zu erfassen. Der Durchmesser des benutzten Sonnenbildes betrug zur Zeit der Aufnahmen 22,5 cm, so

daß die äußerste Randstelle (0.99) noch 1,125 mm vom Bildrand entfernt war. Die Randaufnahmen (0.98 und 0.99) wurden nur an Tagen mit guten Luftverhältnissen und ausschließlich in den beobachtungsgünstigen frühen Morgenstunden gemacht.

Als Aufnahmematerial wurde für die Sonnenstellen $\sin \vartheta = 0.00$ bis 0.95 der panchromatische Perutz Perpantic Kleinbildfilm 17/10 DIN verwendet, da im Sommer 1950 eine auf Platten gegossene Emulsion hoher Feinkörnigkeit und mittlerer Allgemeinempfindlichkeit *nicht* zur Verfügung stand. Durch einen eigens konstruierten Kassetteneinsatz konnten die auf 9 cm Länge geschnittenen Filmstreifen wie Platten benutzt werden. Dadurch wurde ein größerer Umbau der Kassetteneinrichtung vermieden.

Da die Filmstücke mittels einer Correx-Dose in einem echten Feinkornentwickler (Ultrafin SF 18° 15 Min.), der doppelte Belichtungszeiten erfordert, entwickelt wurden, liegen die benötigten Belichtungszeiten für die Aufnahmen Sonnenmitte bis $\sin \vartheta = 0.95$ zwischen 5 und

Tabelle 1. Übersicht über die verwendeten Aufnahmen.

$\sin \vartheta$	Pl. Nr.	Datum	Plattensorte	Bel.-Zt.	Luftverhältnisse
0,00	11)	14. 9. 50	Perpantic	7,5 min	3
	12)	6. 10. 50	„	15 „	2, Dunst
	31)	9. 10. 51	Perchromo	45 sec	2
0,60	2)	14. 9. 50	Perpantic	7 min	3
	3)	6. 10. 50	„	15 „	2, Dunst
	4)	6. 10. 50	„	11 „	2, „
0,80	4)	14. 9. 50	„	5,5 „	3
	5)	6. 10. 50	„	15 „	2, „
	6)	6. 10. 50	„	10 „	2, „
0,90	8)	14. 9. 50	„	9 „	3
	7)	6. 10. 50	„	17 „	2, „
	8)	6. 10. 50	„	12 „	2, „
0,95	9)	14. 9. 50	„	5 „	3
	9)	6. 10. 50	„	18 „	2, „
	10)	6. 10. 50	„	13 „	2, „
0,98	1)	9. 10. 50	Kod. 103a E	7 „	2, „
	1)	13. 10. 50	„ C	4 „	2
	1)	24. 10. 50	„ C	3 „	2
0,99	1)	9. 10. 50	„ E	10 „	2, „
	2)	13. 10. 50	„ C	4 „	2
	1)	24. 10. 50	„ C	3 „	2

Luftverhältnisse: Ruhe und Bildschärfe: 2 = gut, 3 = befriedigend.

7,5 Min. Nur an den stark dunstigen Beobachtungstagen vom 4. bis 9. Okt. 1950, die sich aber durch gute Luftruhe und Bildschärfe auszeichneten und auf die wegen der zu der Zeit schlechten Großwetterlage nicht verzichtet werden konnte, waren für die oben angegebenen Sonnenstellen Belichtungszeiten von 10 bis 18 Min. erforderlich.

Für die Randaufnahmen ($\sin \vartheta = 0.98$ und 0.99) gelang es, einige Eastman Kodak Spektralplatten zu erhalten (103a C und E), für die am Sonnenrand Belichtungszeiten von 3 bis 4 Min. erforderlich waren, mit Ausnahme des 9. Okt. 1950, wo infolge des Dunstes 7 bis 10 Min. benötigt wurden. Entwickelt wurden diese Platten in Kodak D 19-Entwickler 4 Min. bei 18°C .

Aus einer Anzahl von 40 Aufnahmen wurden für jede der 7 Sonnenstellen die 3 besten Aufnahmen zur Photometrierung ausgesucht. Zu Kontrollzwecken wurden am 9. Okt. 1951 noch zwei Natrium D-Aufnahmen (Sonnenmitte) auf die inzwischen im Handel erschienenen Perutz Perchromo-Platten 17/10 DIN mit 45 und 90 sec Belichtungszeit gemacht. Von diesen wurde die mit 45 sec belichtete zur Photometrierung herangezogen. Die mit 90 sec belichtete war bereits überexponiert.

Die verwendete Spaltbreite des Vorzerlegers betrug 0,480 mm; die Spalthöhe 1 bis 4 mm. Der Spalt stand bei den Randaufnahmen parallel zum Sonnenrand. Die durch die Spaltbreite bedingte Unsicherheit in der Definition der Sonnenstelle beträgt ± 0.002 in $\sin \vartheta$. Der durch die maximale Spalthöhe (4 mm) bedingte Fehler in der Definition der Sonnenstelle ist infolge des großen Sonnenbildes (Durchmesser = 225 mm) wesentlich geringer.

Bei den Randaufnahmen wurde der Sonnenrand auf die für die einzelnen Sonnenstellen auf der Spaltwand angebrachten Marken gestellt und mittels der Feinnachführung während der Exposition auf dieser Marke gehalten.

4.1. Die Standardisierung.

Die Standardisierung wurde vorgenommen an dem mit der Schneidenanordnung nach HIRSCH-SCHÖN [7] ausgerüsteten Standardisierungsspektrograph des Göttinger Turmteleskops, welcher ein Spektrum mit linearem Intensitätsabfall senkrecht zur Dispersionsrichtung erzeugt.

Zu jeder Aufnahme sind 3 Standardisierungsaufnahmen vorhanden, deren Belichtungszeiten stets nahe bei denen der Sonnenaufnahmen liegen, nie aber um mehr als einen Faktor 2 abweichen. Die Belichtungszeiten der 3 jeweils zusammengehörenden Standardisierungsaufnahmen sind untereinander gleich. Sie unterscheiden sich lediglich durch die Stromstärke, mit der die Beleuchtungslampe betrieben wurde.

Die bei der HIRSCH-SCHÖN-Methode schwierige Festlegung des Nullpunktes des linearen Intensitätsabfalles wurde nach der von D. BARBIER [8] angegebenen Eichmethode durchgeführt und außerdem bei der

Zusammensetzung der aus den 3 Standardisierungsaufnahmen gewonnenen Kurven zu einer Schwärzungskurve kontrolliert; denn die einzelnen Kurven lassen sich nur dann zu einer einzigen Schwärzungskurve in der üblichen Weise (Abszisse = $\log i$) zusammenschieben, wenn der angenommene Nullpunkt der Intensität richtig ist.

Bei einigen Aufnahmen (14. 9. 50) wurden auch zusätzlich noch Standardisierungsaufnahmen mit einem Platinstufenfilter gemacht. Die hieraus ermittelten Schwärzungskurven stimmten mit den durch die Schneidenmethode gewonnenen gut überein, so daß im weiteren auf die Stufenfilteraufnahmen verzichtet wurde.

5. Die Photometrie der Natrium D-Linien.

5.1. Die Registrierung der Spektren.

Die photometrische Registrierung der Spektren wurde mit einem lichtelektrischen Registrierphotometer (Carl Zeiss, Jena) durchgeführt. Bei der Registrierung waren zwei Bedingungen zu erfüllen:

1. Der Photometerspalt mußte mit seiner Längsausdehnung während der Registrierung stets senkrecht zur Dispersionsrichtung des Interferometers (R -Koordinate) stehen.

2. Der Spalt muß in einem ausgewählten Kannelierungsstreifen nachgeführt werden.

Es wurde daher die Photoplatte (bzw. der Filmstreifen) so in das Photometer eingelegt, daß die R -Richtung mit der Fahrtrichtung des Photometers zusammenfiel. Um zu erreichen, daß bei der Registrierung der Spalt in dem ausgewählten hyperbolischen Kannelierungsstreifen blieb, wurde eine an dem Plattentisch vorhandene seitliche Feinnachführung¹ (Q -Richtung) benutzt, die während der Registrierung mit der Hand bedient wurde. Kontrolliert wurde diese seitliche Verschiebung auf der Führungsmattscheibe, die ein 40fach vergrößertes Bild des Objektes zeigt. Hier waren in dem grün abgeschirmten Teil die Grenzen der Kannelierungsstreifen zu erkennen. Während der Registrierung wurden nun diese Streifengrenzen mit der seitlichen Handnachführung auf zwei auf der Mattscheibe angebrachten Punkten gehalten. Durch diese Einrichtung wurde erreicht, daß der Photometerspalt das Linienprofil kontinuierlich nacheinander abtastet, genau wie es von der Registrierung von Gitterspektrogrammen her bekannt ist.

Die Breite des Photometerspalt (0.08 mm), gemessen in der Plattenebene, wurde so gewählt, daß sie klein gegen die Breite der Spektrallinien war, also keine Verzerrung der Linien durch den Photometerspalt

¹ Die seitliche Nachführung war ursprünglich zur Photometrie der gekrümmten Seitenbilder von Objektivprismen-Aufnahmen mit Gitter angebracht worden (vgl. J. WEMPE [33]).

auftreten konnte. Diese Verzerrung wurde im einzelnen mit verschiedenen Spaltbreiten an einigen schmalen Linien untersucht. Erst bei 0,10 mm Spaltbreite schien eine Veränderung des Linienprofils gerade angedeutet zu sein. Die benutzte Photometerspaltbreite entsprach in

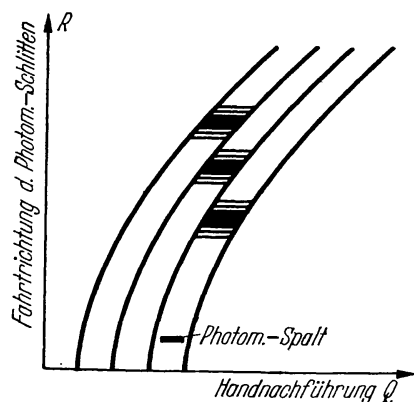


Abb. 4. Kannelierungsspektrum mit eingezeichneter Absorptionslinie. Außerdem wurde der Photometerspalt und die Registrier-Richtung eingezeichnet.

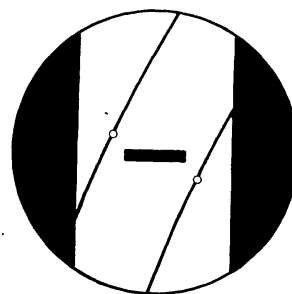


Abb. 5. Die Führungsmattscheibe des Photometers mit eingezeichnetem Kannelierungsstreifen und Photometerspalt $\blacksquare$. Die Führungsmarken $\circ$ wurden verstärkt gezeichnet.

den photometrierten Ordnungen rund 60% der Halbwertsbreite des Apparateprofils.

Die Länge des Photometerspaltes (0,3 mm) war so berechnet, daß sie wesentlich kleiner war als die Breite der Kannelierungsstreifen. Da-

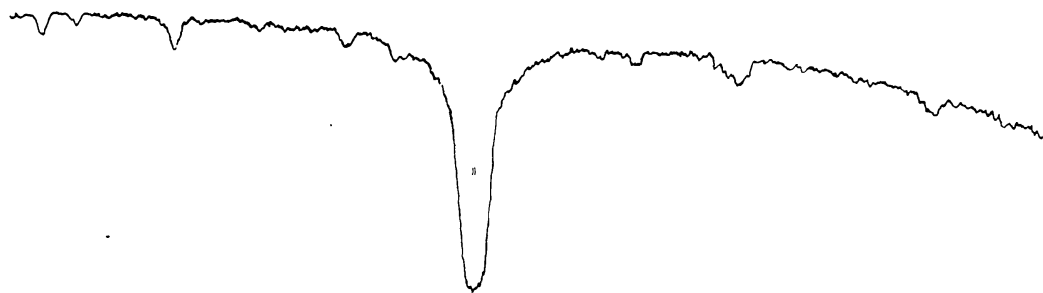


Abb. 6. Photometerkurve der Linie Na D₁ (verkleinerte Abbildung). Die Photometerspaltbreite wurde maßstabgerecht eingezeichnet.

durch wurde vermieden, daß bei der Registrierung durch kleine Führungsfehler die Streifengrenze vom Photometerspalt überschritten oder berührt wurde.

Zur Ausschaltung von Fehlern auf der Photoplatte wurden auf jeder Aufnahme 3 verschiedene Ordnungen (Kannelierungsstreifen) registriert und ausgewertet.

Als Übersetzungsverhältnis im Photometer wurde 1:10 gewählt, weil dieses Verhältnis eine Erleichterung bei der Reduktion beim Übergang von den auf der Registrierkurve abgelesenen x -Werten auf die zugehörigen R -Werte mit sich bringt. Hierzu war jedoch vorher eine genaue Eichung der Hebelarmskala des Photometers erforderlich.

5.2. Vergleich mit der Methode von C. D. SHANE.

Zum besseren Verständnis sei das hier angewandte Verfahren der von C. D. SHANE 1932 am Mt. Wilson Observatory entwickelten interferometrischen Methode [9], [10] gegenübergestellt.

Als Interferometer benutzte SHANE ein Perot-Fabry-Interferometer in Verbindung mit dem Littrow-Spektrographen (Gitter II. Ordnung) des Snow-Teleskops als Nachzerleger. Die Kannelierungsstreifen waren schmal, so daß eine Registrierung längs eines Streifens nicht möglich war. Es wurde daher an verschiedenen Stellen senkrecht durch die einzelnen Streifen hindurch registriert und somit das Linienprofil punktweise nacheinander aus den einzelnen Registrierungen erhalten. Dabei stand der Spalt mit seiner Längsausdehnung parallel zu den Kannelierungsstreifen. Vor jeder neuen Durchfahrt durch die Streifen mußte die Platte meßbar verschoben und etwas gedreht werden (vgl. [9], Abb. 2).

Durch diese Registriermethode erhält man in den Linienflanken einen steilen Schwärzungsabfall innerhalb der Photometerspaltlänge. Da das Photometer nur den Mittelwert der Schwärzung über die Spaltlänge angibt, ist nachträglich eine Entzerrungskorrektur erforderlich. Dafür wird die in § 5.5 erläuterte Spaltbildkorrektur vermieden, die bei der Registrierung von breiten Kannelierungsstreifen notwendig ist, aber ohne mathematischen Aufwand exakt angebracht werden kann.

Die wesentlichen Unterschiede der beiden Verfahren liegen also in der Art der Registrierung und den verschiedenen Korrekturen, wobei wohl festgestellt werden darf, daß das hier gewählte Verfahren in beiden Punkten einfacher zu sein scheint.

5.3. Der Kontinuumsverlauf.

Da in dem Interferenzspektrum der Lummer-Platte die Intensität¹ des Kontinuums nicht konstant ist, sondern nahezu proportional mit R (Abstand vom Zentrum des Interferenzsystems) ansteigt, wie am Schluß von § 3.16 ausführlich erläutert wurde, ist es erforderlich, diesen Kontinuumsanstieg gesondert zu ermitteln. In erster Näherung würde man sich auf die Linearität des Intensitätsanstieges stützen können, jedoch würden dann die Abweichungen von der Linearität bei den kleinen und großen R -Werten, also im Bereich der innersten und äußersten noch photometrierbaren Interferenzen, unberücksichtigt bleiben. Daher wurde hier der Anstieg der Kontinuumsintensität empirisch bestimmt. Es wurden zwei Verfahren benutzt, die Ergebnisse von gleicher Genauigkeit lieferten.

1. In einem vorher ausgewählten kleinen Wellenlängenbereich, der ein ungestörtes Kontinuum aufweist, werden nacheinander sämtliche

¹ Bestrahlungsstärke auf der Photoplatte.

Kannelierungsstreifen im Zick-Zack-Kurs im Photometer durchfahren, wobei der in Abb. 7 gezeichnete Kurs durch die Handnachführung bewerkstelligt wird. Für den Anschluß an die R -Skala genügt es, aus einer ausgewählten Ordnung einige bekannte schmale Spektrallinien auf das gleiche Registrierpapier zusätzlich mitzuphotometrieren. Die erhaltene

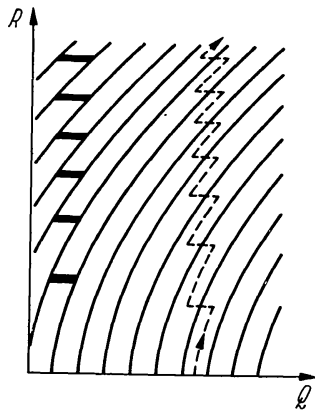


Abb. 7.
Registrierung des Kontinuums
(Zick-Zack-Kurs).

Registrierkurve gibt dann sofort den Anstieg der Schwärzung und damit den Anstieg der Intensität des Kontinuums. Es ist sogar möglich, den Kontinuumsabfall auf die hier angegebene Weise auf das gleiche Registrierpapier zu registrieren, auf das die zu untersuchende Spektrallinie aufgenommen wurde. Wenn jedoch von einer Platte mehrere Ordnungen registriert werden, ist das jeweilige Mitregistrieren zu zeitraubend.

2. Ein zweiter Weg zur Bestimmung des Intensitätsanstieges besteht darin, daß man an einigen vorher festgelegten R -Stellen quer durch die Aufnahme (Q -Richtung), also senkrecht zur Dispersionsrichtung des Interferometers hindurchfährt, wobei man jedes Mal an einigen Punkten ungestörte Kontinuumsstellen erfaßt, die dann den Intensitätsanstieg im Kontinuum als Funktion von R liefern.

5.4. Die Reduktion der Beobachtungen.

5.41. *Die Dispersionskurve.* Da in der in § 3.15 angegebenen Dispersionsformel einige Größen, z. B. die Brennweite des Kameraobjektivs, nur unzureichend bekannt sind, empfiehlt es sich, die Dispersionskurve $R(\lambda)$ empirisch aus den Aufnahmen zu ermitteln.

Hier lag es nun nahe, die vielen in der Aufnahme vorhandenen scharfen atmosphärischen Linien zu vermessen und daraus mittels der bekannten Wellenlängen die Dispersionskurven für die einzelnen Ordnungen abzuleiten. Die Kurven für die verschiedenen Ordnungen unterscheiden sich nur durch eine einfache Verschiebung der λ -Skala jeweils um das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda^*$.

Die Vermessung erfolgte im Abbe-Komparator, wobei jeweils zwei korrespondierende Linien im oberen und unteren Teil der Aufnahme vermessen wurden. Ihr Abstand ist $2R$. Auf diese Weise wurde der Nullpunkt der R -Skala festgelegt.

5.42. *Die Auswertung der Registrierkurven.* Die Vermessung der Registrierkurven erfolgte in einem kleinen Koordinaten-Meßgerät (Zeiss). Erhalten wurde für jede vermessene Stelle in der Linie die Transparenz

der Platte $\frac{y}{y_{KF}} = Y$, gemessen durch den auf der Registrierkurve verzeichneten Ausschlag des Elektrometerfadens (y) in Einheiten des Ausschlages für den klaren Film (y_{KF}). Die Abszissenskala (x) auf der Registrierkurve konnte infolge des Übersetzungsverhältnisses 1:10 direkt auf die R -Skala übertragen werden, wobei zur Festlegung des Nullpunktes der Skalen jeweils einige schmale Linien, bzw. auch die Na D-Linien, mit den aus § 5.41 bekannten R -Werten benutzt wurden. Diese dienten gleichzeitig auch zur Kontrolle des Übersetzungsverhältnisses.

Für die gleichen Meßpunkte (R -Skala) wurde nun aus der nach § 5.3 gewonnenen Kurve des Kontinuumsverlaufes die Transparenz $\frac{y_0}{y_{KF}} = Y_0$ des Kontinuums erhalten. Nunmehr ließen sich mit Hilfe der Schwärzungskurve (Transparenzkurve), (aus technischen Gründen wurde nämlich die Transparenz gegen den Logarithmus der Intensität aufgetragen) die für die Linie und das zugehörige Kontinuum ermittelten Transparenzwerte in Intensitäten verwandeln und ergaben schließlich für jeden Meßpunkt die Linienintensität in Einheiten der Kontinuumsintensität. Diese mühsamen Reduktionsarbeiten ließen sich mittels einer nach einer Idee von Prof. TEN BRUGGENCATE in der Institutswerkstatt gebauten Auswertevorrichtung wesentlich vereinfachen. Dieser Apparat, der ganz allgemein für die Verwandlungen von Schwärzungen in Intensitäten an Hand der Schwärzungskurve verwendet werden kann, erwies sich als besonders zeitsparend bei der Reduktion der Lummer-Platten-Aufnahmen.

5.43. *Die Auswertevorrichtung.* Es handelt sich bei dieser Auswertevorrichtung um eine mit Skalen versehene Parallelführung, bei der jede der beiden Koordinatenachsen parallel zu sich selbst verschoben werden kann. Jede der beiden Achsen ist an einer Führungshülse aus Messing befestigt, die auf einem geschliffenen Silberstahlzylinder gleitet. Die an den Achsen befestigten Skalen aus Plexiglas wurden von der Firma Dennert & Pape in Hamburg hergestellt. Die Ordinatenachse trägt die Schwärzungs- bzw. Transparenzskala. Die Abszissenachse trägt an der oberen Kante eine von 100 bis 1 logarithmisch geteilte Skala, an der unteren Kante eine lineare Skala mit der gleichen Grundeinheit wie die log-Skala.

Bei einer normalen Reduktion (Gitter- und Prismenspektren) kennt man für jeden Meßpunkt den zugehörigen Schwärzungs- bzw. Transparenzwert Y und denjenigen des Kontinuums Y_0 . Man fährt nun die Abszissenachse so, daß ihre Oberkante in Höhe des Transparenzwertes Y_0 des Kontinuums liegt. Nunmehr bewegt man nur noch die Ordinatenachse und zwar so, daß sie die auf der Grundfläche des Gerätes gezeichnete

16a

Transparenzkurve $Y(\log i)$ (Abb. 12, Kurve S) bei dem vorliegenden Wert Y schneidet. Jetzt liest man auf der Abszisse am Schnittpunkt mit der Transparenzkurve auf der logarithmisch geteilten Skala direkt die Intensität der betreffenden Linienstelle in Einheiten der Kontinuumsintensität, also $i/i_0 = I$ ab.

Hierdurch wird ein doppeltes Ablesen der Punkte auf der Transparenzkurve, das Delogarithmieren und Dividieren erspart; außerdem erübrigt sich die Benutzung von Millimeterpapier, welches bei langen Meßreihen die Augen in hohem Maße anstrengt.

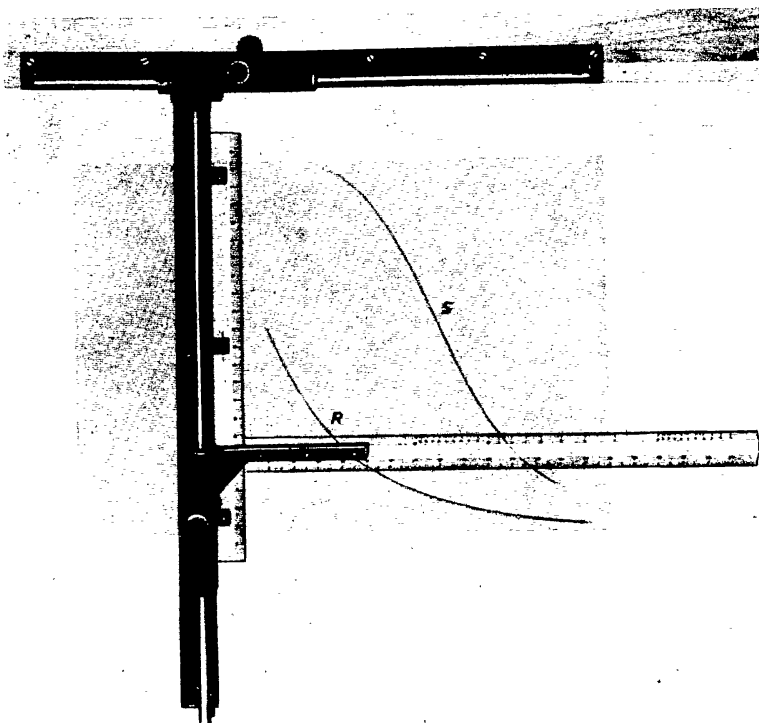


Abb. 8. Die Auswertevorrichtung.

5.44. *Auswertung von Lummer-Platten-Aufnahmen mit der Auswertevorrichtung.* Für die Auswertung der Lummer-Platten-Aufnahmen besitzt die Apparatur noch einen weiteren bedeutenden Vorteil, wenn man neben die Transparenzkurve gleich den nach § 5,3 ermittelten Schwärzungsabfall des Kontinuums als Funktion von R einzeichnet (Abb. 8, Kurve R).

Man kann als R-Skala gleich die an der unteren Kante des Abszissenlineals angebrachte lineare Skala verwenden, wenn man die Kontinuumskurve in der Ordinatenkala um die Breite des Abszissenlineals nach unten versetzt.

Die Auswertung geht nun folgendermaßen vor sich: Man fährt das Abszissenlineal so, daß seine Unterkante die Kontinuumskurve bei dem

zur betrachteten Linienstelle gehörenden R -Wert schneidet. Dadurch ist erreicht, daß die Oberkante des Lineals nun bei dem zu der betreffenden Stelle gehörenden Transparenzwert des Kontinuums liegt. Nunmehr wird, genau so wie in § 5.43, die Ordinatenachse so weit verschoben, daß sie die Transparenzkurve bei dem vorliegenden Y -Wert schneidet. Jetzt kann wieder am Schnittpunkt der Oberkante des Abszissenlineals mit der Transparenzkurve direkt die Intensität der betreffenden Linienstelle in Einheiten der Kontinuumsintensität abgelesen werden.

Durch diese Apparatur wird bei Lummer-Plattenaufnahmen die Reduktionsarbeit nahezu auf die Hälfte verkürzt.

5.45. Nach dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Verfahren wurde die Reduktion der gemessenen Transparenzen durchgeführt. Zuletzt wurde dann an Hand der in § 5.41 gewonnenen Dispersionskurve der Übergang von den R -Werten zu den Wellenlängen vorgenommen.

5.5. Die Korrekturen der gemessenen Profile.

5.51. *Die Spaltbildkorrektur.* Über die bei Gitterspektren bekannten Korrekturen hinaus (Gittergeister- und Streulichtkorrektur) erfordert die dargelegte Lummer-Platten-Photometrie noch eine zusätzliche Korrektur, die wir Spaltbildkorrektur nennen wollen. Wie schon in § 5.2 erwähnt wurde, läßt sich der Betrag dieser Korrektur einwandfrei photometrisch ermitteln und ohne mathematischen Aufwand anbringen.

Diese Korrektur beseitigt den Einfluß, den die beiden rechts und links benachbarten Kannelierungsstreifen auf den photometrierten Streifen dadurch ausüben, daß jeder Streifen in seinem Intensitätsquerschnitt¹ kein Kastenprofil besitzt, wie es wünschenswert wäre, sondern, da ja dieser Intensitätsquerschnitt genau dem Spaltbildprofil des Vorzerlegers entspricht, gleichfalls Beugungsflügel besitzt, die in den Nachbarstreifen hineinragen und dort einen Streulichtuntergrund bewirken.

Es ist also nun 1. der Betrag dieses „Streulichtuntergrundes“ zu ermitteln und 2. eine Beziehung aufzustellen für die Korrektur der gemessenen Intensitäten; denn es muß ja beachtet werden, daß der an jeder Stelle anzubringende Korrektionsbetrag wesentlich davon abhängig ist, ob sich an der betrachteten Stelle im Nachbarstreifen gerade eine Spektrallinie (also geringe Intensität) oder Kontinuum befindet.

1. Größe der Spaltbildkorrektur. Zuvor sei betont, daß die Größe der Spaltbildkorrektur wesentlich von der benutzten Spaltbreite des Vorzerlegers abhängt, so daß man hierdurch eine Möglichkeit hat, den Korrektionsbetrag in weiten Grenzen nach Wunsch vorher festzulegen. Der extremste Wert wird erhalten, wenn die Spaltbreite = s_g ,

¹ Schnitt durch die Aufnahme bei konstantem R -Wert.

also gleich der Distanz zweier Kannelierungsstreifen auf der Abszisse (Q) ist. Praktisch verschwinden wird die Korrektur bei schmalen Spalt (vgl. § 5.2 SHANE). Im letzteren Fall ist dann aber die einfachere Form der Photometrierung längs eines Streifens nicht mehr möglich. Man muß sich also vor Beginn eines Beobachtungsprogrammes für eine optimale Spaltbreite entscheiden (vgl. § 3.16). Außerdem hängt die Korrektur noch von der Länge des *Photometerspaltes* ab, weil ja der durch die Beugungsflügel hervorgerufene Streulichtuntergrund nicht über die ganze Breite eines Streifens konstant ist.

Zur Bestimmung der Korrektur wurde das Spaltbild, welches der Gitterspektrograph von einer scharfen Krypton-Emissionslinie ($5870,9 \text{ \AA}$)

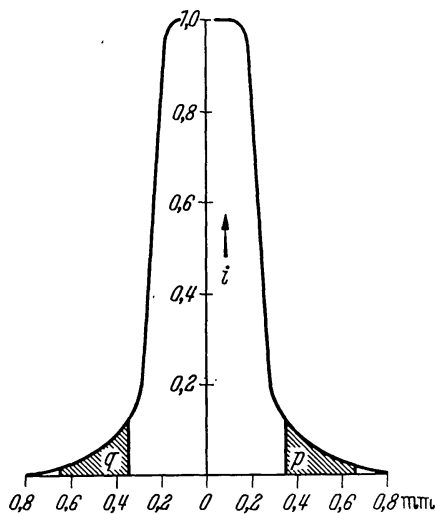


Abb. 9. Intensitätsverteilung im Spaltbild.

erzeugt, photometriert. Das Spaltbildprofil wurde zusammengesetzt aus den Registrierkurven von 4 Aufnahmeserien mit 2, 6, 18 und 21 Min. Belichtungszeit, wobei besonders darauf geachtet wurde, daß exakt die gleiche Spaltbreite ($0,480 \text{ mm}$) wie bei den Interferometeraufnahmen benutzt wurde. Als Spalt diente der von K. H. DUENSING konstruierte Präzisionsspalt [6], dessen Breite mit einer Genauigkeit von $0,001 \text{ mm}$ reproduzierbar ist. Dadurch war es möglich, die Größe der Spaltbildkorrektur nur einmal für das ganze Beobachtungsprogramm zu

bestimmen. Das Profil wurde nun über der Abszisse Q aufgetragen, wodurch also der Intensitätsquerschnitt eines Kannelierungsstreifens erhalten wurde. Nunmehr wurde durch graphische Integration der in die Nachbarstreifen nach rechts und links hineinragende Teil der Beugungsflügel, soweit er über der Länge des benutzten Photometerspaltes lag, bestimmt. Diese mit p und q bezeichneten Beträge geben die Ausgangsgrößen der Spaltbildkorrektur an, wobei p im langwelligen, q im kurzwelligen Flügel gemessen wurde in Einheiten der Zentralintensität des Spaltbildes. Hier ergaben sich aus dem Spaltbildprofil bei einer Länge des Photometerspaltes von $0,3 \text{ mm}$ die Werte:

$$p = 0,062 \quad q = 0,051.$$

2. Die Korrektionsformel. Um eine Formel für die Anbringung der Korrektur an die beobachteten Intensitäten zu erhalten, betrachten wir als Beispiel die Wirkung des kurzwelligen Nachbarstreifens, dessen p -Flügel in den photometrierten Streifen hineinragt.

Es sei:

$$\left. \begin{aligned} i' &= \text{gemessene Intensität in der Linie, verfälscht durch den Nachbarstreifen} \\ i'_0 &= \text{gemessene Intensität im Kontinuum, verfälscht durch den Nachbarstreifen} \\ i &= \text{wahre Intensität in der Linie} \\ i_0 &= \text{wahre Intensität im Kontinuum} \\ i_- &= \text{wahre Intensität im kurzw. Nachbarstreifen (bei gleichem } R!) \\ i_+ &= \text{wahre Intensität im langw. Nachbarstreifen} \\ S_- &= \text{Streulichtanteil, den der kurzw. Nachbarstreifen, dessen Intensität an der betreffenden Stelle } i_- \text{ ist, hervorruft} \\ S_0 &= \text{Streulichtanteil, den der kurzw. Nachbarstreifen hervorruft, wenn in ihm Kontinuumsintensität } i_0 \text{ vorliegt.} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Zunächst gilt gemäß der Definition von p :

$$p = \frac{S_-}{i_-} = \frac{S_0}{i_0}. \quad (2)$$

Ferner gilt für die gemessene Intensität in der Linie:

$$i' = i + S_- . \quad (3)$$

Für die gemessene Intensität im Kontinuum gilt:

$$i'_0 = i_0 + S_0 \quad (4)$$

bzw. gem. (2)

$$i_0 = i'_0 (1 - p) \quad (5)$$

Das Kontinuum wird stets in solchen Bereichen gemessen, wo in den Nachbarstreifen auch Kontinuum vorliegt (vgl. § 5.3).

Aus (3) folgt, wenn man die Intensität in der Einheit i_0 mißt (Division durch i_0):

$$\frac{i'}{i_0} = \frac{i}{i_0} + \frac{S_-}{i_0} \quad (6)$$

oder

$$\frac{i}{i_0} = \frac{i'}{i_0} - \frac{S_-}{i_0} = \frac{i'}{i_0} - \frac{S_-}{i_-} \cdot \frac{i_-}{i_0} \quad (7)$$

(nach Erweiterung des letzten Terms mit i_-).

Setzt man auf der rechten Seite i_0 gemäß (5) ein, so folgt unter Berücksichtigung, daß $p \ll 1$ ist:

$$\frac{i}{i_0} = \frac{i'}{i'_0} (1 + p) - p (1 + p) \frac{i_-}{i'_0}. \quad (8)$$

Hier läßt sich nun ohne großen Fehler i_- durch i'_- ersetzen. Damit stehen auf der rechten Seite nur die bekannten Größen p und $\frac{i'}{i'_0}$, weil

auch $\frac{i'}{i'_0}$ bekannt ist, ohne daß deshalb der Nachbarstreifen photometriert werden muß; wenn wir nämlich eine Stelle λ des photometrierten Streifens betrachten, gilt für die zugehörige Intensität im kurzwelligen Nachbarstreifen (bei gleichem R):

$$\frac{i'}{i'_0} \Big|_{\lambda} = \frac{i'}{i'_0} \Big|_{\lambda - \Delta\lambda^*} \quad (\Delta\lambda^* = \text{Dispersionsgebiet}). \quad (9)$$

Man kann also für die Korrektur die in einem Streifen gemessenen Intensitäten benutzen, wenn man die Verschiebung der λ -Skalen um $\pm \Delta\lambda^*$ berücksichtigt.

In analoger Weise berechnet man nun den Einfluß des q -Flügels. Es ergibt sich daraus schließlich die *endgültige Spaltbildkorrektur*:

$$\begin{aligned} \frac{i}{i_0} \Big|_{\lambda} = & \frac{i'}{i'_0} \Big|_{\lambda} \cdot [1 + p + q] - \frac{i'}{i'_0} \Big|_{\lambda - \Delta\lambda^*} \cdot p [1 + p + q] - \\ & - \frac{i'}{i'_0} \Big|_{\lambda + \Delta\lambda^*} \cdot q [1 + p + q]. \end{aligned} \quad (10)$$

Die Berechnung der Formel gestaltet sich sehr rationell, wenn man ein Rechenschema benutzt, in welchem die Intensitäten für äquidistante Wellenlängen verzeichnet sind, wobei in den Zeilen übereinander jeweils die Intensitäten von solchen λ -Stellen stehen, die sich um $\Delta\lambda^*$ (Dispersionsgebiet) unterscheiden. Dann lassen sich die Korrekturgrößen jeweils mit den Intensitäten aus der oberen und unteren Zeile bequem berechnen.

Als Beispiel für die effektive Größe der Korrektur sei vermerkt, daß sie bei der Restintensität ($\Delta\lambda = 0$) der beobachteten Na-Linien etwa 5 bis 6% betrug.

5.52. *Gittergeister und allgemeines Streulicht*. Die Korrekturen für den Einfluß der Gittergeister und des allgemeinen Streulichtes wurden in der üblichen Weise angebracht (vgl. [11], § 58).

Die Anbringung der Gittergeisterkorrektur ist notwendig, weil das im Vorzerleger-(Gitter-)Spektrum vorhandene Geisterkontinuum als Streulichtuntergrund in das Interferenzspektrum eingeht. Als Korrektur wurde 2,5% gewählt gemäß der 1948 für die III. Ordnung des Gitterspektrographen von P. TEN BRUGGENCATE, H. GOLLNOW, S. GÜNTHER und W. STROHMEIER [12] durchgeführten Messung der Gittergeister.

Da auch Interferometer Geisterlinien erzeugen können, wurde hier nach auf stark überbelichteten Aufnahmen von verschiedenen Emissionslinien gesucht, aber glücklicherweise ohne Erfolg. Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß die Intensitäten etwa vorhandener Geister wesentlich unter 1% liegen.

Das allgemeine Streulicht wurde aus 8 Interferometeraufnahmen bestimmt. Bei 4 Aufnahmen wurde das Sonnenlicht zuvor durch einen

vor die Apparatur geschalteten Monochromator ([6], S. 21) geschickt. Dadurch gelangte in den Vorzerleger nur Licht des gewünschten Wellenlängenbereichs. Das im Spektrographen entstehende allgemeine Streulicht wurde hierdurch auf ein Minimum herabgedrückt. Durch Vergleich der Restintensitäten der D-Linien auf je 2 Aufnahmen, von denen eine mit und eine ohne Monochromator aufgenommen wurde, ergab sich als Mittelwert für das allgemeine Streulicht, in zufälliger Übereinstimmung mit dem Geisterlicht, 2,5% der Kontinuumsintensität. Auf jeder der vorliegenden Aufnahmen wurden etwa 10 bis 15 Ordnungen vermessen, um eine große Zahl von Meßwerten für die Mittelbildung zu erhalten. Dies ist bei der Kleinheit des gesuchten Wertes erforderlich.

5.53. *Die MINNAERTSche Kontinuums-Verbesserung.* Der Übergang von der aus den Messungen resultierenden provisorischen Lage des Kontinuums auf das wahre Kontinuum wurde nach dem von M. MINNAERT [13] angegebenen Verfahren durchgeführt. Bekanntlich gilt in den Linienflügeln von Metall-Linien ganz allgemein, daß die Linientiefe r unabhängig von der Schichtung der Sonnenatmosphäre proportional zu $\frac{1}{\Delta\lambda^2}$ ist, wobei der Proportionalitätsfaktor c (gemäß $r = \frac{c}{\Delta\lambda^2}$, wo $\Delta\lambda$ = Abstand von Linienzentrum ist) als Flügelstärke bezeichnet wird. Bei dem MINNAERTSchen Verfahren wird außer der Kontinuums-Verbesserung auch gleichzeitig die Flügelstärke c erhalten.

5.6. *Befreiung der gemessenen Profile vom Einfluß des endlichen Auflösungsvermögens des Interferometers.*

Bekanntlich entsteht das vom Spektralapparat erzeugte Linienprofil durch Faltung des wahren Linienprofils mit dem Apparateprofil, wobei unter dem Begriff „Faltung“ der in [11], (Formel 58, 17) angegebene bekannte Integralausdruck zu verstehen ist.

Nach den Untersuchungen von H. C. VAN DE HULST [5] ist es nun zweckmäßig für die Entzerrung („Entfaltung“) das gemessene Linienprofil und das Apparateprofil durch Voigt-Funktionen zu approximieren, da diese die Eigenschaft haben, daß die Faltung von 2 Voigt-Funktionen wieder eine Voigt-Funktion liefert, wobei sich die Parameter in einfacher Weise zusammensetzen.

Nach diesem Verfahren wurde unter Benutzung der von G. ELSTE [2] neu gerechneten Voigt-Funktionen die Entzerrung vorgenommen. Über die Approximation des Apparateprofils durch eine Voigt-Funktion wird in § 6 berichtet. Die gemessenen Profile der Na D-Linien ließen sich durch *ein* Voigt-Profil nur unbefriedigend approximieren, so daß in den meisten Fällen eine Approximation durch zwei Voigt-Profile vorgenommen werden mußte nach der bei ELSTE angegebenen Methode. Diese beiden Voigt-Profile wurden nun jeweils gesondert entzerrt.

Sodann wurden für eine Anzahl von $\Delta\lambda$ -Werten die Differenzen zwischen den entzerrten und den ursprünglichen Voigt-Profilen gebildet und an das gemessene Profil der Na D-Linien angebracht, so daß die Approximationen nur zur Berechnung der kleinen Korrektionsgrößen für die Entzerrung dienten.

Zur Kontrolle des Verfahrens wurde bei 2 Profilen (Na D₁ und D₂) das auf obige Weise gewonnene wahre Profil wieder mit dem Apparateprofil gefaltet durch schrittweise Berechnung des Faltungsintegrals. Die Rechnung wurde jeweils nur für einen Punkt des beobachteten Profils ($\Delta\lambda = 0$, Restintensität!) durchgeführt. Sie lieferte mit sehr befriedigender Genauigkeit wieder die gemessene Restintensität. Die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung lagen unter 0,5%.

Es muß der Vollständigkeit halber hier noch angeführt werden, daß im Interferometer die Verzerrung einer Spektrallinie für jeden unendlich schmalen Bereich $d\lambda$ der Linie in Ordinatenrichtung (R) erfolgt, die Entzerrung hier aber so vorgenommen wurde, als ob die Verzerrung längs des Kannelierungstreifens erfolgt sei. Bei dem hier vorliegenden schmalen Apparateprofil spielt dieser Unterschied jedoch keine Rolle.

6. Das Apparateprofil der Lummer-Platte.

Für die empirische Bestimmung des Apparateprofils eines Spektrographen verwendet man üblicherweise Aufnahmen von sehr scharfen Emissionslinien, deren Breite gewöhnlich gegenüber der Breite des Apparateprofils zu vernachlässigen ist. Bei der hier vorliegenden Bestimmung des Apparateprofils eines Interferometers von hohem Auflösungsvermögen ($A_{th} = 370\,000$, vgl. § 3.12) ist diese Vernachlässigung nicht mehr zulässig. Man muß daher das wahre Profil der benutzten Emissionslinie gesondert bestimmen und das beobachtete provisorische Apparateprofil von der Faltung mit dem Eigenprofil der Linie befreien. Dieser Weg wurde hier beschritten.

6.1. *Das beobachtete Profil.*

Das provisorische Apparateprofil für die Lummer-Platte wurde durch Photometrieren von 12 Aufnahmen der gelben Krypton-Linie 5870,9 Å gewonnen, die mittels einer Kr-Entladungsröhre in „end-on Beobachtung“ erzeugt wurde. Die Röhre wurde mit einer Stromstärke von 50 mA bei einer Spannung von 3000 V betrieben. Als Vorzerleger für das Interferometer wurde nicht der 8 m-Gitterspektrograph, sondern ein kleiner Prismenspektrograph benutzt, um die erforderlichen Belichtungszeiten herabzumindern. Als Aufnahmematerial dienten die sehr feinkörnigen Perutz-Perchromo-Platten 12/10 DIN. Die Belichtungszeiten der 12 Aufnahmen lagen zwischen 1 und 90 Min. Photometriert wurde die 3. und 8. vom Zentrum aus gezählte Ordnung. Die Abweichungen zwischen

den beiden Profilen waren nur geringfügig, so daß im folgenden nur die 3. Ordnung benutzt wurde. Als Photometer wurde das Zeiss-Registrierphotometer der Göttinger Sternwarte benutzt mit einem Photometerspalt von $0,03 \times 0,6$ mm (in der Plattenebene) und mit einem Übersetzungsverhältnis 1 : 100. Die Registrierung erfolgte in R -Richtung. Das provisorische Apparateprofil wurde aus den auf Intensitäten ($\log i$) umgerechneten Photometerkurven zusammengesetzt. Die $\Delta\lambda$ -Skala wurde mittels einer Dispersionskurve für 5871 Å erhalten, die aus dem bekannten Dispersionsgebiet $\Delta\lambda^* = 0,298$ Å und den im Komparator ausgemessenen R -Werten der Interferenzmaxima berechnet wurde. Die Berechnung des Dispersionsgebietes für 5871 Å erfolgte aus dem für 5890 Å bekannten Wert unter Berücksichtigung der Tatsache, daß für 2 Wellenlängen (λ_1 und λ_2) die Formel $\frac{\Delta\lambda_{\lambda_1}^*}{\Delta\lambda_{\lambda_2}^*} = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}$ gilt, solange die Brechzahl des Glases sich nicht geändert hat. Diese Formel ergibt sich sofort, wenn in $\Delta\lambda^* = \frac{\lambda}{m}$ das m gemäß § 3.11, Formel (4) ersetzt wird. Das provisorische Apparateprofil ist in Abb. 10 dargestellt.

6.2. Der Einfluß der Hyperfeinstruktur.

Da der verbreiternde Einfluß der Hyperfeinstruktur der ausgewählten Emissionslinie unter Umständen beträchtlich sein kann, wurden hier die Hyperfeinstrukturkomponenten der Kr-Linie 5870.9 Å nach den Untersuchungen von H. KOPFERMANN und N. WIEDT-KNUDSEN [14] und den Zahlenangaben im Landolt-Börnstein (6. Aufl. 1952) Abschnitt 1312 und 161 berechnet.

Der Anteil des für die Hfs verantwortlichen ungeraden Isotops 83 beträgt 13,5% der Gesamtzahl der Krypton-Atome. Die hier betrachtete Linie 5870.9 Å gehört zu dem Übergang $5s_4 - 5p_2$. Die Wellenlängendifferenzen der Hfs-Komponenten wurden in mÅ berechnet und die zugehörigen Intensitäten aus den Intensitäts-Tabellen in [15] entnommen und gemäß der oben angegebenen Isotopenhäufigkeit umgerechnet.

Da jede Hfs-Komponente die gleiche Intensitätsverteilung wie die Hauptlinie besitzt — eine Isotopieverschiebung war nicht beobachtet worden —, wurde für jede Komponente das beobachtete Profil mit der berechneten

Tabelle 2.
Die Hfs-Komponenten und ihre Intensitäten.

Komp.	$\Delta\lambda$ (mÅ)	relative Intensitäten
a	— 28.5	1.63
b	— 24.2	0.85
c	— 18.1	0.30
d	— 16.4	1.33
e	— 8.6	1.75
F	0.0	100.0 Hauptkomponente
g	+ 0.9	1.33
h	+ 10.3	1.92
i	+ 19.8	0.66
k	+ 23.3	3.78

Intensität angesetzt und daraus der Gesamteinfluß der Hyperfeinstruktur berechnet. Dieser wurde dann vom beobachteten provisorischen Apparateprofil subtrahiert. Anschließend wurde letzteres wieder auf die Zentralintensität 1 normiert (Abb. 10).

6.3. *Das wahre Profil der Kr-Linie 5870,9 Å.*

Das wahre Profil der Krypton-Linie 5870,9 Å wurde im II. Physikalischen Institut der Universität Göttingen mit einem Perot-Fabry-Interferometer in Verbindung mit einem Prismenspektrographen als Nachzerleger bestimmt.

Zur Erzeugung der Linie wurde die gleiche Kr-Entladungsröhre benutzt, die auch für die Lummer-Platten-Aufnahmen verwendet wurde. Es wurden zwei Aufnahmeserien hergestellt, von denen die eine mit einem Plattenabstand von 15 mm Etalon im Perot-Fabry-Interferometer, die andere mit 2 mm Etalon aufgenommen wurde.

Die Serie mit 15 mm Etalon diente zur Bestimmung des Linienprofils, welches trotz des sehr großen Auflösungsvermögens ($1,6 \cdot 10^6$) noch nicht frei vom Einfluß des Apparateprofils war. Aus der Serie mit 2 mm Etalon wurde daher das zugehörige Apparateprofil gewonnen (vgl. § 1.35). Beide Serien bestanden aus 8 Aufnahmen mit Belichtungszeiten von 20 sec bis 16 Min. auf Perutz-Perchromo-Platten 17/10 DIN.

Das Reflexionsvermögen der versilberten Interferometerplatten betrug 91 %; dies entspricht einer effektiven Bündelzahl von $N_{eff} = 32$. Die Standardisierung der Aufnahmen wurde am Standardisierungsspektrographen des Göttinger Turmteleskops durchgeführt, um die Homogenität des Materials aufrechtzuerhalten. Die Reduktion erfolgte in ganz entsprechender Weise wie bei den Lummer-Platten-Aufnahmen.

Zunächst wurde ein provisorisches Profil der Linie 5870,9 Å und das Apparateprofil des Interferometers erhalten.

Aus diesen beiden Profilen wurde durch Entfaltung (vgl. § 5.6) in einem Iterationsverfahren in zwei Schritten das endgültige wahre Profil der Kr-Linie gewonnen, nachdem zuvor der Einfluß der Hfs auf das Linienprofil in analoger Weise wie in § 6.2 entfernt worden war. Zuerst wurde das beobachtete Linienprofil mit dem beobachteten Apparateprofil entzerzt. Hieraus ergab sich ein provisorisches wahres Linienprofil. Mit diesem provisorischen Linienprofil wurde das endgültige Apparateprofil des Perot-Fabry-Interferometers aus dem beobachteten Apparateprofil wiederum durch Entfaltung gewonnen. Schließlich wurde das beobachtete Linienprofil mit dem endgültigen Apparateprofil entzerzt. Daraus resultierte dann das endgültige wahre Profil der Kr-Linie 5870,9 Å mit einer ganzen Halbwertsbreite von 9,45 mÅ und dem Voigt-Parameter $b_1 = 0,215$ (vgl. § 6.5). Dieses deutet auf eine geringe Dämpfung in der Entladungsröhre hin. Der Gasdruck in der

Röhre beträgt 1,2 mm Hg-Säule. Die gemessene Halbwertsbreite läßt sich über die thermische Doppler-Verbreiterung einer Gastemperatur von $420 \pm 30^\circ \text{ K}$ zuordnen.

6.4. Das endgültige Apparateprofil.

Nunmehr konnte dieses endgültige Linienprofil zur Entzerrung des beobachteten Apparateprofils der Lummer-Platte verwendet werden. Das endgültige Apparateprofil der Lummer-Platte besitzt eine ganze Halbwertsbreite von $19,8 \text{ mÅ}$ und einen Voigt-Parameter $b_1 = 0,376$.

Dieses hier so umständlich erscheinende Verfahren ließ sich durch die Verwendung der Voigt-Funktionen als Approximationskurven recht bequem durchführen, da sich glücklicherweise alle Interferometer-Apparateprofilesehr gut durch jeweils ein Voigt-Profil approximieren ließen. Außerdem läßt die Zusammenstellung der einzelnen Profile (Tab. 3) erkennen, daß das oben angeführte iterative Ver-

fahren zur Bestimmung des wahren Linienprofils notwendig war. Für künftige Untersuchungen empfiehlt sich die Benutzung einer Kr-Röhre mit isotopenreinem Krypton 84 und Kühlung durch flüssige Luft zur Verringerung der Breite der benutzten Emissionslinie.

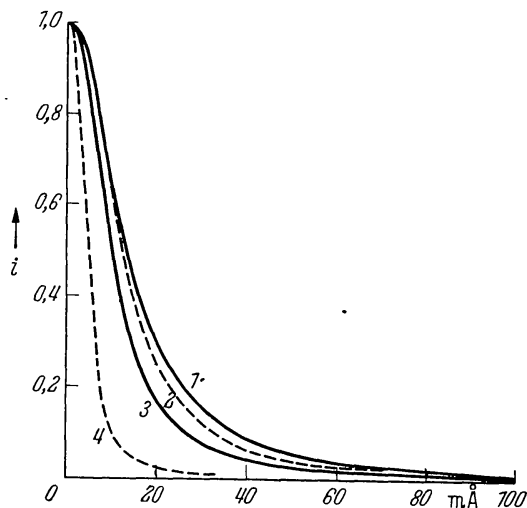


Abb. 10. Apparateprofil der Lummer-Platte und wahres Profil der Kr-Linie 5870,9 Å. 1 = Beobachtetes Apparateprofil, 2 = Beobachtetes Apparateprofil nach Abzug der Hfs, 3 = Endgültiges Apparateprofil, 4 = Wahres Profil der Linie 5871 Å.

6.5. Vergleich zwischen beobachtetem und theoretischem Apparateprofil.

Aus der Abb. 11, die eine Zusammenstellung des endgültigen Apparateprofils mit drei nach BORN ([16], S. 124) theoretisch berechneten Profilen für verschiedene Reflexionsvermögen $\rho = 1.00; 0.95; 0.84$ enthält, läßt sich ein Maß für die optische Qualität der Lummerplatte ableiten.

Die theoretische Kurve mit $\rho = 1,00$ — wir benutzen zur Charakterisierung der theoretischen Kurven das zugehörige Reflexionsvermögen an der Glas-Luft-Grenze der Lummerplatte — stellt den Grenzfall dar, der von einer idealen Platte nur im Zentrum des Interferenzsystems ($R = 0$, Austrittswinkel $\beta = 0$) erreicht werden könnte. Alle theoretischen Kurven wurden für 19 interferierende Bündel berechnet (vgl. § 3.12).

Tabelle 3. Zusammenstellung der Profile.

$\frac{h}{2}$ (mÅ)	b_1	
13,3	0,470	<i>Lummer-Platte</i>
12,5	0,380	beobachtetes Apparateprofil
9,9	0,376	nach Abzug der Hfs
		Endgültiges Apparateprofil
6,3	0,400	<i>Profil der Linie 5871 Å im Perot-Fabry (15 mm)</i>
6,1	0,300	beobachtetes Linienprofil
4,3	0,346	nach Abzug der Hfs
4,7	0,215	Profil nach provisorischer Entfaltung
		Endgültiges Linienprofil
2,7	0,37	<i>Apparateprofil Perot-Fabry</i>
2,4	0,340	beobachtetes Profil
		wahres Apparateprofil

¹ $\frac{h}{2}$ = halbe Halbwertsbreite.

² b_1 , der „Formparameter“ des zur Approximation benutzten Voigt-Profiles ist definiert durch $b_1 = \frac{\beta_1}{h}$ in der Bezeichnungsweise von v. D. HULST und REESINCK [5] und ELSTE [2].

Für andere Austrittswinkel ($\beta > 0$) läßt sich das zugehörige Reflexionsvermögen nach BORN ([16], S. 42) aus den FRESNELSchen Formeln bei bekannter Brechzahl $\mu = 1,53$ berechnen unter Berücksichtigung der Polarisierung des einfallenden Lichtes. Für die 3. bzw. 8. vom Zentrum aus gezählte Interferenzordnung ergibt sich ein Reflexionsvermögen von 96 % bzw. 93 %. Als mittlerer Wert wurde 95 % gewählt und für diesen das theoretische Profil gerechnet. Die halbe Halbwertsbreite dieses Profils beträgt 7,5 mÅ. Mit diesem Profil müßte das beobachtete Apparateprofil übereinstimmen, wenn die Platte vollständig optisch einwandfrei wäre. Durch kleine Fehler im Planschiff oder durch geringe Durchbiegung der Platte infolge ihres Eigengewichtes wird das Apparateprofil jedoch verbreitert. Diese Fehler wirken sich naturgemäß für kleine Austrittswinkel β stärker aus als für größere Winkel. Dadurch wird die Abnahme des Auflösungsvermögens, die durch das mit wachsendem β kleiner werdende Reflexionsvermögen entsteht, zum Teil kompensiert.

Diese Verbreiterung des Profils liefert eine Maßzahl für die optische Qualität der Platte. Dazu definieren wir zuvor das praktische Trennungsvermögen $\frac{\lambda}{h}$, wo h die ganze Halbwertsbreite des betreffenden Apparateprofils ist. Diese Definition besagt, daß zwei scharfe Linien gerade

noch getrennt werden, wenn ihre Wellenlängendifferenz gleich h (Halbwertsbreite) ist.

Die Tab. 4 enthält die auf diese Weise gerechneten Trennungsvermögen.

Aus den Angaben für das theoretische Profil $\varrho = 0.95$ und denjenigen für das beobachtete Profil ergibt sich aus dem Quotienten der beiden Tren-

nungsvermögen, daß die Platte, was die Trennung scharfer Emissionslinien betrifft, 76% der Leistung einer idealen Platte erreicht.

Die Tabelle enthält zusätzlich noch das theoretische Profil für $\varrho = 0.84$, welches im Profilkern gut mit dem beobachteten übereinstimmt. Jedoch ist dieses Profil zum Vergleich mit dem beobachteten nicht geeignet, weil es wesentlich zu starke Flügel besitzt (vgl. Abb. 11). Für die Verzerrung von Absorptionslinien sind aber gerade die Flügel des Apparateprofils sehr bedeutungsvoll und die im Vergleich zum theoretischen Profil $\varrho = 0.84$ geringeren Flügel des Apparateprofils wirken sich hier sehr günstig aus. Der beobachtete Verlauf der Flügel läßt sich durch ein theoretisches Profil mit $\varrho = 0.87$ am besten darstellen.

Abschließend ist festzustellen, daß die optische Qualität der benutzten Lummer-Platte als gut zu bezeichnen ist.

7. Die Ergebnisse der Photometrie.

7.1. Die Tabellen der Na D-Linien.

Die Tab. 5 und 6 enthalten die symmetrischen Profile der Na D-Linien, wie sie sich nach der Entzerrung (vgl. § 5.6) ergeben haben. Der Einfluß der blends — meist handelt es sich um scharfe Wasserdampf-Linien, die in der Erdatmosphäre entstehen — wurde, so gut es möglich war, beseitigt.

Angegeben wurde die Intensität in Einheiten der Intensität des benachbarten Kontinuums für jede der 7 beobachteten Sonnenstellen.

Tabelle 4. Vergleich zwischen dem beobachteten und den theoretischen Profilen.

	ϱ	$\frac{h}{2}$ (mÅ)	$\frac{\lambda}{h}$ ($\lambda = 5870 \text{ Å}$)
theoret. Profil	1.00	7.0	420 000
„ „	0.95	7.5	392 000
„ „	0.84	9.8	300 000
beob. „	—	9.9	297 000

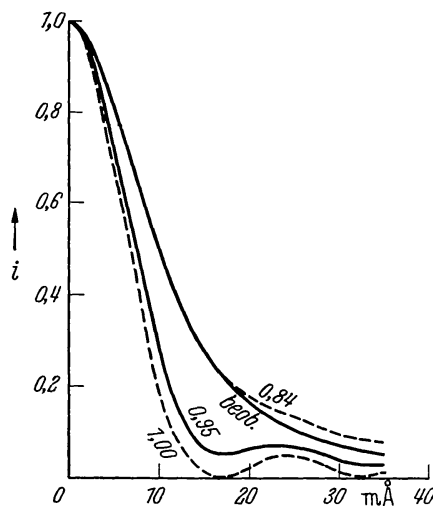
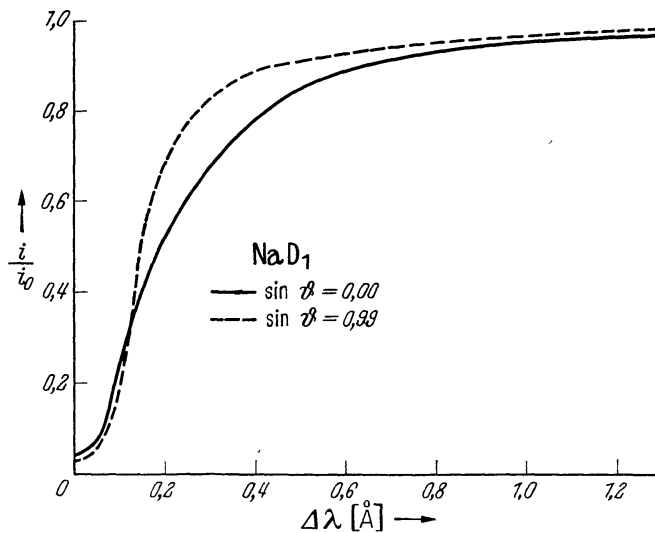


Abb. 11. Apparateprofil der Lummer-Platte und theoretische Apparateprofile für Reflexionsvermögen $\varrho = 1.00$ für Reflexionsvermögen $\varrho = 0.95$ für Reflexionsvermögen $\varrho = 0.84$

Tabelle 5. Profil der Linie NaD_1 5896 Å (nach der Entzerrung).

$\Delta\lambda$ (Å)	0.00	0.60	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99 = $\sin \vartheta$
0.000	0.054	0.069	0.076	0.077	0.057	0.051	0.030
.025	.058	.087	.085	.087	.065	.061	.039
.050	.085	.106	.115	.115	.097	.086	.059
.075	.144	.169	.169	.176	.148	.139	.107
.100	.242	.269	.274	.272	.263	.232	.196
.125	.344	.373	.387	.391	.390	.395	.345
.150	.421	.459	.470	.490	.491	.524	.514
.175	.473	.517	.532	.555	.568	.605	.621
.200	.522	.567	.583	.603	.620	.662	.691
.250	.611	.650	.660	.683	.694	.755	.779
.300	.680	.714	.721	.735	.747	.806	.828
.350	.734	.765	.766	.779	.784	.841	.862
.400	.780	.800	.804	.813	.814	.863	.888
.450	.820	.830	.834	.839	.839	.883	.901
.500	.851	.853	.855	.865	.863	.898	.912
.550	.873	.873	.876	.881	.883	.911	.920
.600	.892	.889	.891	.897	.897	.918	.928
.700	.914	.914	.918	.917	.916	.932	.943
.800	.932	.928	.931	.934	.934	.948	.955
0.900	.944	.943	.945	.947	.946	.958	.963
1.000	.953	.954	.954	.956	.958	.966	.970
1.100	.960	.962	.962	.962	.962	.971	.975
1.200	.965	.968	.967	.968	.968	.975	.981
1.300	0.970	0.973	0.972	0.972	0.972	0.978	0.985
c	0.045	0.048	0.048	0.047	0.046	0.036	0.031
0.000	0.089	0.104	0.112	0.115	0.098	0.095	0.075



Die vorletzte Zeile enthält die Werte für die Flügelstärken c in ($\text{\AA}^2$), die aus den endgültigen Profilen nach dem Verfahren von M. MINNAERT[13] ermittelt wurden.

Die letzte Zeile gibt die Werte der

Abb. 12. Die Linie NaD_1 für $\sin \vartheta = 0.00$ und 0.99 .

Tabelle 6. *Profil der Linie Na D₂ 5890 Å (nach der Entzerrung).*

$\Delta\lambda$ (Å)	0.00	0.60	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99 = sin ϑ
0.000	0.039	0.064	0.058	0.071	0.041	0.061	0.041
.025	.041	.071	.064	.075	.045	.066	.045
.050	.061	.081	.086	.093	.060	.081	.057
.075	.093	.132	.127	.126	.097	.100	.077
.100	.144	.192	.193	.183	.160	.150	.118
.125	.220	.264	.280	.279	.272	.258	.202
.150	.292	.352	.360	.371	.382	.413	.374
.175	.355	.399	.424	.439	.462	.510	.502
.200	.405	.450	.471	.487	.509	.587	.571
.250	.495	.527	.546	.565	.580	.655	.654
.300	.564	.588	.602	.616	.632	.704	.706
.350	.622	.636	.650	.662	.675	.742	.754
.400	.669	.678	.690	.700	.709	.769	.779
.450	.709	.713	.723	.731	.739	.798	.812
.500	.743	.745	.754	.765	.760	.829	.834
.550	.774	.774	.781	.789	.788	.839	.852
.600	.799	.801	.804	.810	.808	.855	.869
.700	.842	.841	.844	.849	.851	.883	.893
.800	.874	.872	.873	.877	.879	.904	.914
0.900	.897	.897	.896	.898	.899	.921	.930
1.000	.917	.914	.922	.914	.914	.935	.944
1.100	.929	.928	.924	.926	.927	.945	.953
1.200	.940	.938	.936	.937	.938	.953	.960
1.300	0.949	0.947	0.944	0.946	0.947	0.959	0.965
<i>c</i>	0.091	0.093	0.094	0.095	0.092	0.070	0.062
0.000	0.067	0.089	0.087	0.099	0.073	0.098	0.073

Restintensität der Linien *vor* der Entzerrung an.

Die Profile für Sonnenmitte (sin ϑ = 0.00) und -rand (sin ϑ = 0.99) sind in den Abb. 12 und 13 graphisch dargestellt.

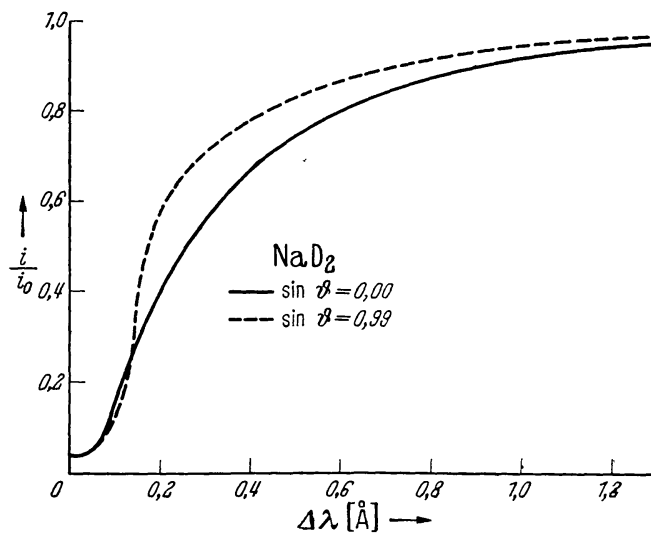


Abb. 13. Die Linie Na D₂ für sin ϑ = 0.00 und 0.99.

Tabelle 6a. *Die Restintensitäten der Na D-Linien, bezogen auf die Kontinuumsintensität der Sonnenmitte ($\lambda = 5893 \text{ \AA}$). (Die Mitte-Rand-Variation des Kontinuums wurde den Arbeiten von H. RAUDENBUSCH [18] und M. MINNAERT [17] entnommen.)*

$\sin \vartheta =$	0.00	0.60	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
Na D ₁	0.054	0.062	0.060	0.053	0.033	0.024	0.012
Na D ₂	0.039	0.057	0.046	0.048	0.024	0.029	0.017

7.2. Vergleich mit anderen Autoren.

Zum Vergleich für die hier beobachteten Na D-Profile wurden die Beobachtungen von J. HOUTGAST [19], C. D. SHANE [10] und C. W. ALLEN [20] herangezogen.

Im allgemeinen liegen die Abweichungen zwischen den verfügbaren Profilen innerhalb der photometrischen Genauigkeit.

Im einzelnen ist folgendes festzustellen: Der Verlauf in den Linienflügeln der HOUTGASTschen Profile stimmt sehr befriedigend mit dem hier beobachteten Verlauf überein. Die kleinen systematischen Abweichungen in den Flügeln und den endgültigen Restintensitäten scheinen einen geringen Unterschied in den Intensitätsskalen der beiden Untersuchungen anzudeuten. Abweichungen von mehreren Prozent finden wir, namentlich bei den Randaufnahmen, in den Linienflanken. Sie sind eventuell auf die Elimination der "blends" zurückzuführen. Bei HOUTGAST werden nur Linienstellen angegeben, die von Fremdlinien weitgehend frei sind. Hier wurden die Fremdlinien im einzelnen mitvermessen und aus den Profilen der Na-Linien herausgelöst. Da die Randaufnahmen stets bei niedrigem Sonnenstande gemacht werden, ist der störende Einfluß der atmosphärischen Linien bei diesen Aufnahmen besonders groß.

Die Übereinstimmung der hier ermittelten Profile mit den von C. W. ALLEN [20] erhaltenen ist im ganzen Verlauf als befriedigend zu bezeichnen.

Die systematischen Differenzen (rund 3%) zwischen den Flügeln der von C. D. SHANE [19] erhaltenen Na D-Profile und den hier untersuchten, lassen sich leicht auf eine verschiedene Auffassung des Kontinuums zurückführen, wie die Anwendung des MINNAERTschen Verfahrens [13] (vgl. auch § 5.53) auf die Werte von C. D. SHANE zeigt. Die so ermittelten Flügelstärken für $\sin \vartheta = 0.00$ und 0.965 fügen sich gut in die hier erhaltenen Werte ein.

7.3. Abschließende Bemerkungen über die Lummer-Platten-Photometrie.

Zusammenfassend ist zu der Photometrie mit der Lummer-Platte zu sagen: Nach dem hier dargestellten Verfahren ist es durchaus als lohnend zu betrachten, größere spektrographische Beobachtungsprogramme mit

der Lummer-Platte durchzuführen. Man muß jedoch für den Gewinn an Auflösungsvermögen gegenüber anderen Spektrographen in Kauf nehmen, daß trotz Verwendung aller hier angegebenen Rationalisierungsmethoden die Reduktionsarbeit immer noch etwa doppelt so groß ist wie z. B. bei Gitterspektren.

Die hier angegebenen Beziehungen und Verfahren lassen sich außerdem auch sofort auf eine Absorptionslinien-Photometrie mit einem Perot-Fabry-Interferometer übertragen. Letzteres kann man bekanntlich mit Vorteil benutzen, wenn man nicht kleine Bereiche der Sonnenscheibe (allgemein: kleine flächenhafte Lichtquellen) zu untersuchen hat (vgl. § 3.17). Die in § 5.3 beschriebene Bestimmung des Kontinuumsabfalles würde hier entfallen, wenn ein gleichmäßig ausgeleuchteter Vorzerlegerspalt vorhanden ist, weil das Perot-Fabry-Interferometer dann eine konstante Kontinuumsintensität liefert, vorausgesetzt, daß das eingestrahlte Kontinuum als konstant angesehen werden kann, was bei den in Betracht kommenden kleinen Wellenlängenbereichen von wenigen Ångström-Einheiten stets der Fall ist.

II. Die Mitte-Rand-Variation der Linienflügel.

8. Die Berechnung der Flügelstärken.

8.1. Die Linientiefe in den Flügeln.

Es soll im folgenden der Versuch unternommen werden, die Mitte-Rand-Variation der Flügelstärken

$$c(\vartheta) = r \cdot (\Delta\lambda)^2 \quad (1)$$

für die Flügel der Na D-Linien theoretisch zu berechnen unter Benutzung verschiedener Sonnenmodelle und durch eine Gegenüberstellung der berechneten mit der beobachteten Mitte-Rand-Variation Aussagen über die zu Grunde gelegten Modelle zu machen.

Zur Berechnung greifen wir auf eine von M. MINNAERT [21] 1936 angegebene Beziehung für die Linientiefe in den Flügeln zurück, die für die Verwendung einer ganz beliebig von der optischen Tiefe abhängigen Planck-Funktion $B(\tau)$ geeignet ist:

$$r = \frac{i_0 - i_v}{i_0} = \int_0^{\infty} \frac{\sec \vartheta \int_{\tau}^{\infty} B e^{-\tau \sec \vartheta} d\tau - B e^{-\tau \sec \vartheta}}{\int_0^{\infty} B e^{-\tau \sec \vartheta} d\tau} d\tau, \quad (2)$$

wo τ eine Funktion von τ_v ist.

Diese Beziehung läßt sich sofort auf die von A. UNSÖLD [22] 1932 angegebene Form (Benutzung von Gewichtsfunktionen) umschreiben:

$$r = \frac{c(\vartheta)}{(\Delta\lambda)^2} = \int_0^{\infty} \frac{\kappa_v}{\kappa} g_1(\tau, \vartheta) d\tau \quad (3)$$

wo

$$g_1(\tau, \vartheta) = \frac{\sec \vartheta \int_{\tau}^{\infty} B e^{-\tau \sec \vartheta} d\tau - B e^{-\tau \sec \vartheta}}{\int_0^{\infty} B e^{-\tau \sec \vartheta} d\tau} \quad (4)$$

nur von der Temperaturschichtung in der Sonnenatmosphäre abhängig ist.

In diesen Gleichungen bedeuten:

- c die Flügelstärke
- r die Linientiefe
- $\Delta \lambda$ den Abstand vom Linienzentrum
- $B(\tau)$ die Planck-Funktion für die betr. Wellenlänge (5893 Å)
- κ_l den Linienabsorptionskoeffizienten
- κ den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten im Nachbar-kontinuum
- τ_l die optische Tiefe für Linienabsorption
- τ die optische Tiefe für Kontinuumsabsorption
- ϑ den Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und der Sonnen-normalen.

Die Gl. (2) ist im wesentlichen identisch mit der Formel (10) in der oben zitierten Arbeit von MINNAERT. Der Reemissionskoeffizient η wurde gleich 1 gesetzt. Das zweite Glied (Streuterm) der Formel wurde von vornherein fortgelassen, weil sich in den letzten Jahren gezeigt hat (vgl. HOUTGAST [19], UNSÖLD [23], LABS [24]), daß sich die Flügel der starken Fraunhofer-Linien nach dem Schema: „Wahre Absorption (lokales thermodyn. Gleichgewicht)“ berechnen lassen, da die für die Flügel maßgebende inkohärente Streuung von diesem Schema mit-erfaßt wird, wenn man auch als problematisch im Auge behalten sollte, daß es sich hier um Resonanzlinien handelt, bei denen außerdem auch noch die Flügel in relativ hohen Schichten der Atmosphäre entstehen.

8.2. Die benutzten Schichtungen der Sonnenatmosphäre.

Die hier vorliegenden Berechnungen der Flügelstärken wurden für 2 verschiedene Schichtungen der Sonnenatmosphäre durchgeführt. Es handelt sich bei diesen noch als vorläufig anzusehenden Schichtungen um eine von Frl. Dr. VITENSE durchgeführte Neureduktion der BARBIERSchen Schichtung [25], wobei im wesentlichen ein Fehler in BARBIERS A_0 beseitigt wurde. Außerdem wurde ein exponentieller Temperaturabfall in den höchsten Schichten der Atmosphäre eingeführt. Bei der Schichtung I setzt der steile Temperaturabfall bereits oberhalb $\tau_0 = 0.05$ ein, verläuft aber im ganzen etwas flacher als bei Schichtung II, wo der steile Temperaturabfall erst bei $\tau_0 = 0.02$ einsetzt. Bei $\tau_0 = 0.1$ gehen beide

Tabelle 7. *Schichtung I und II (nach E. VITENSE).*

τ_0	I				II			
	T	θ	$\log p_g$	$\log p_e$	T	θ	$\log p_g$	$\log p_e$
0.000	3795°	1.326			4006°	1.258		
.002	3898	1.292	3.66	0.35—1	4284	1.176	3.51	0.59—1
.004	3988	1.262	3.83	0.56—1	4454	1.132	3.70	0.79—1
.006	4067	1.239	3.93	0.70—1	4568	1.103	3.82	0.94—1
.008	4138	1.219	4.00	0.81—1	4644	1.085	3.89	0.02
.010	4200	1.200	4.05	0.88—1	4700	1.072	3.95	0.10
.02	4443	1.133	4.20	0.18	4820	1.046	4.15	0.32
.03	4608	1.093	4.28	0.34	4868	1.035	4.23	0.41
.04	4721	1.067	4.34	0.44	4900	1.029	4.31	0.48
.05	4806	1.048	4.39	0.51	4930	1.022	4.36	0.53
.07	4908	1.026	4.46	0.60	4988	1.010	4.43	0.60
.10	5053	0.996	4.54	0.70	5066	0.995	4.53	0.71
.2	5313	.948	4.70	0.90	5305	.950	4.69	0.92
.3	5512	.913	4.79	1.05	5515	.914	4.79	1.05
.4	5682	.887	4.86	1.18	5680	.887	4.85	1.20
.5	5827	.865	4.91	1.31	5830	.864	4.90	1.30
.6	5966	.844	4.94	1.43	5965	.845	4.94	1.40
.7	6085	.829	4.97	1.55	6090	.828	4.97	1.55
.8	6200	.812	4.99	1.64	6204	.812	4.99	1.65
.9	6305	.799	5.01	1.70	6306	.799	5.02	1.70
1.0	6405	.786	5.02	1.78	6405	.786	5.03	1.80
1.4	6755	.745	5.07	2.06	6750	.747	5.08	2.08
2.0	7180	.701	5.12	2.36	7180	.701	5.12	2.38
2.5	7480	0.673	5.15	2.50	7480	0.673	5.15	2.56

Schichtungen ineinander über. Für Werte $\tau_0 \geq 0.1$ sind die Temperaturen generell um etwa 120° niedriger als in der BARBIERSchen Schichtung.

Da beide Schichtungen für die optische Tiefe τ_0 für $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ gegeben waren, wurde zunächst die Umrechnung auf die hier interessierende optische Tiefe τ im Bereich der Na D-Linien (5893 Å) vollzogen. Es gilt gemäß der bekannten Definition der optischen Tiefe:

$$\tau = \int_0^{\tau_0} \frac{\kappa}{\kappa_0} d\tau_0 \quad (6)$$

wo κ_0 der kontinuierliche Absorptionskoeffizient für $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ ist. Die Größen κ bzw. κ_0 wurden den Diagrammen von E. VITENSE [26] entnommen. Dort ist $\log \frac{\kappa}{p_e}$ pro gr Materie als Funktion von $\theta = \frac{5040}{T}$

für alle Wellenlängen angegeben, wobei die H-Absorption, die H⁻ und He-Absorption und die Metallabsorption berücksichtigt wurden. Unter Verwendung der angegebenen Schichtungen erfolgt daraus die Berechnung von κ bzw. κ_0 als Funktion von τ . Ferner ergab sich durch graphische Integration der Gl. (6) der Zusammenhang zwischen $\tau_{(5893)}$ und τ_0 .

Bis $\tau_0 = 2.0$ gilt für beide Schichtungen im Rahmen der vorliegenden Genauigkeit der gleiche Zusammenhang

$$\tau = 1.13 \cdot \tau_0. \quad (7)$$

Den weiteren Verlauf für $\tau_0 > 2.0$ lieferte die graphische Integration der Gl. (6).

Tabelle 7a. Die Gewichtsfunktion $g_1(\tau, \vartheta)$ für $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ und Schichtung I.

τ	0.00 1.00	0.60 0.80	0.80 0.60	0.90 0.44	0.95 0.31	0.98 0.20	0.99 = sin ϑ 0.14 = cos ϑ
0.000	0.917	1.131	1.484	2.000	2.72	4.12	5.59
.002	.904	1.113	1.457	1.956	2.64	3.98	5.36
.004	.891	1.093	1.425	1.907	2.57	3.82	5.13
.006	.876	1.078	1.399	1.862	2.49	3.68	4.90
.008	.866	1.060	1.371	1.822	2.43	3.56	4.72
.01	.853	1.042	1.346	1.780	2.36	3.43	4.50
.02	.800	0.966	1.231	1.596	2.06	2.88	3.62
.03	.753	.900	1.130	1.437	1.800	2.40	2.90
.04	.720	.856	1.059	1.324	1.628	2.10	2.44
.06	.676	.794	0.965	1.177	1.404	1.698	1.850
.08	.648	.757	.907	1.088	1.260	1.466	1.520
.10	.613	.706	.834	0.974	1.092	1.190	1.148
.15	.565	.643	.739	.835	0.893	0.874	0.728
.20	.525	.586	.658	.715	.715	.648	.501
.30	.453	.492	.527	.534	.491	.366	.209
.40	.396	.420	.429	.407	.338	.197	.073
.50	.348	.360	.352	.314	.238	.118	0.036
.60	.307	.308	.288	.245	.165	.062	
0.80	.239	.228	.195	.144	.076	.023	
1.0	.187	.168	.132	.085	.038	0.006	
1.5	.103	.083	.051	.022	.015		
2.0	.056	.042	.021	0.005	0.003		
2.5	.029	.017	.012				
3.0	.018	.006	0.002				
3.5	.006	0.001					
4.0	.004						
5.0	0.002						

8.3. Die Berechnung der Gewichtsfunktion.

Die Berechnung der Integrale in der Gewichtsfunktion $g_1(\tau, \vartheta)$ erfolgte durch ein graphisches Verfahren. Zunächst wurde die Gl. (4) durch die Substitution $x = e^{-\tau \sec \vartheta}$ auf die Form

$$g_1(\tau, \vartheta) = \frac{\left[\int_0^x B(x) dx - B(x) \cdot x \right] \sec \vartheta}{\int_0^1 B(x) dx} \quad (8)$$

gebracht. (Um die Formel nicht zu überlasten, wurde davon abgesehen, für die Integrationsvariable einen neuen Buchstaben einzuführen.)

Tabelle 7b. Die Gewichtsfunktion $g_1(\tau, \vartheta)$ für $\lambda 5893 \text{ \AA}$ und Schichtung II.

τ	0.00 1.00	0.60 0.80	0.80 0.60	0.90 0.44	0.95 0.31	0.98 0.20	0.99 = $\sin \vartheta$ 0.14 = $\cos \vartheta$
0.000	0.885	1.089	1.416	1.900	2.56	4.03	5.19
.002	.834	1.013	1.303	1.715	2.26	3.46	4.34
.004	.795	0.963	1.224	1.585	2.06	3.06	3.72
.006	.764	.919	1.151	1.470	1.88	2.71	3.21
.008	.742	.888	1.107	1.400	1.76	2.48	2.86
.01	.725	.864	1.070	1.340	1.67	2.30	2.60
.02	.683	.804	0.977	1.194	1.432	1.84	1.96
.03	.664	.777	.940	1.135	1.340	1.68	1.70
.04	.653	.761	.916	1.100	1.280	1.56	1.56
.06	.636	.736	.876	1.041	1.190	1.40	1.32
.08	.618	.713	.840	0.981	1.104	1.25	1.14
.10	.603	.695	.812	.939	1.032	1.15	1.01
.15	.562	.638	.729	.818	0.865	0.868	0.672
.20	.521	.582	.649	.701	.703	.644	.461
.30	.451	.488	.520	.523	.475	.364	.193
.40	.394	.416	.423	.400	.328	.196	.067
.50	.346	.357	.347	.308	.230	.118	0.034
.60	.305	.306	.284	.240	.160	.062	
0.80	.238	.227	.193	.141	.074	.022	
1.0	.186	.167	.130	.083	.037	0.006	
1.5	.103	.083	.051	.021	.014		
2.0	.056	.042	.021	0.005	0.003		
2.5	.029	.017	.012				
3.0	.018	.006	0.002				
3.5	.006	0.001					
4.0	.004						
5.0	0.002						

Dann wurde die Funktion $B(x)$ für die sieben ϑ -Werte auf Millimeterpapier gezeichnet und die Fläche unter der Kurve durch Aufaddieren der Ordinaten in kleinen äquidistanten Schritten dx fortschreitend, gewonnen. Hierbei lieferte die Additionsmaschine nach jedem Schritt die Zwischensumme. Diese Zwischensummen stellen aber direkt bis auf einen Maßfaktor, der stets als ganzzahlige Potenz von 10 gewählt werden konnte, die Funktion $\int_0^x B(x) dx$ dar. Hieraus ergibt sich nunmehr ohne weiteres die Gewichtsfunktion g_1 für die 7 Sonnenstellen gemäß Gl. (8).

8.4 Die Tiefenabhängigkeit von $\frac{\kappa_\nu}{\kappa}$.

Nachdem uns nun die Gewichtsfunktion bekannt ist, benötigen wir zur Berechnung der Linientiefen nach Gl. (3) noch die Tiefenabhängigkeit von $\frac{\kappa_\nu}{\kappa}$. Für den Absorptionskoeffizienten κ_ν in den Linienflügeln gilt gemäß [11, § 40] — vgl. für das folgende auch H. H. VOIGT [27] —

$$\kappa_\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{m c^3} \frac{\lambda^4}{(\Delta\lambda)^2} N(\tau) \cdot f \cdot \gamma(\tau) \quad \text{cm}^2 \text{ gr}^{-1}. \quad (9)$$

Hierin bedeutet:

- e = Elementarladung
- m = Elektronenmasse
- c = Lichtgeschwindigkeit
- λ = Wellenlänge der Linie.

Ferner:

- $\Delta\lambda$ = Abstand von der Linienmitte
- f = Oszillatorenstärke des Überganges
- $\gamma(\tau)$ = Dämpfung, abhängig von θ , p_θ , p_e
- $N(\tau)$ = Zahl der absorbierenden Atome pro gr Materie.

Die Zahl der absorbierenden Atome pro gr Materie läßt sich darstellen durch:

$$N = N_{\text{Na}} \cdot \zeta(\tau) \quad (10)$$

Es bedeutet:

- $\zeta(\tau)$ = Bruchteil der neutralen Atome im Grundzustand (Ausgangsniveau der Na D-Linien)
- N_{Na} = Anzahl aller Na-Atome + Ionen pro gr Materie.

Für letztere gilt bekanntlich, wenn m_{H} die Masse des H-Atoms ist und 1.73 das „mittlere Atomgewicht“ der Sonnenmaterie, entsprechend einem

Verhältnis $\frac{H}{He} = 5.5$ [28], bedeutet:

$$N_{Na} = \frac{Na}{1.73 \cdot m_H \cdot H} = \frac{1}{1.73 \cdot m_H} 10^{-5.64}, \quad (11)$$

wobei das Verhältnis Na zu H = Anzahl der Na-Atome pro cm^3 zu Anzahl der H-Atome pro cm^3 einer Arbeit von UNSÖLD ([28] Tab. 4) entnommen wurde.

Nunmehr läßt sich der gesuchte Ausdruck $\frac{\kappa_p}{\kappa}$ schreiben

$$\frac{\kappa_p}{\kappa} = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{m c^3} \frac{1}{1.73 \cdot m_H} \frac{Na}{H} \frac{\lambda^4}{(\Delta\lambda)^2} f \cdot \gamma(\tau) \frac{\zeta(\tau)}{\kappa(\tau)}. \quad (12)$$

Setzt man die Atomkonstanten ein, so erhält man:

$$\frac{\kappa_p}{\kappa} = 0.258 \cdot \frac{Na}{H} \frac{\lambda^4}{(\Delta\lambda)^2} \cdot f \cdot \gamma(\tau) \frac{\zeta(\tau)}{\kappa(\tau)}. \quad (13)$$

Mit $\lambda^4 = 1.205 \cdot 10^{-17} cm^4$ und $\frac{Na}{H} = 10^{-5.64}$ erhält man:

$$\frac{\kappa_p}{\kappa} = 71 \cdot 10^{-9} \frac{1}{(\Delta\lambda)^2} f \cdot \gamma(\tau) \frac{\zeta(\tau)}{\kappa(\tau)} \quad \text{in } \frac{\text{\AA}^2}{cm^2}. \quad (14)$$

(In Formel (14) wurde κ_p im Hinblick auf den Vergleich mit den Beobachtungen in $\text{\AA}^2 \cdot gr^{-1}$ angegeben.)

Während die Formeln (12) und (13) noch für beliebige Linien verwendbar sind, wenn man Na durch das entsprechende Element ersetzt, ist Formel (14) in ihren Faktoren bereits auf die Na D-Linien abgestimmt.

8.41. *Besetzungszahlen des Ausgangsniveaus.* Durch Verknüpfung der Saha- und der Boltzmann-Formel läßt sich der Bruchteil der neutralen Atome im Grundzustand relativ zur Gesamtzahl der Na-Atome und -Ionen berechnen. Es sei:

$$\begin{aligned} n_{00} &= \text{Anzahl der neutralen Atome im Grundzustand} \\ n_0 &= \text{Anzahl der neutralen Atome} \\ n_1 &= \text{Anzahl der einfach ionisierten Atome} \\ \chi_0 &= \text{Ionisationsenergie des neutralen Atoms} = 5.138 \text{ eV.} \end{aligned} \quad (15)$$

Da Mehrfachionisation für Na in der Sonnenatmosphäre nicht in Betracht kommt ($\chi_1 = 47$ eV!) läßt sich mit den oben eingeführten Bezeichnungen schreiben:

$$\zeta(\tau) = \frac{n_{00}}{n_0 + n_1} = \frac{n_{00}}{n_1} \left(1 - \frac{n_0}{n_1} \right) \approx \frac{n_{00}}{n_1}. \quad (16)$$

Der Faktor $\left(1 - \frac{n_0}{n_1}\right)$ kann vernachlässigt werden, weil in der Sonnenatmosphäre $\frac{n_0}{n_1}$ stets kleiner als 0,2% bleibt als Folge der weitgehenden Ionisation des Natriums.

Um die Boltzmann- und Saha-Formel benutzen zu können, schreiben wir:

$$\zeta(\tau) = \frac{n_{00}}{n_0} \cdot \frac{n_0}{n_1}. \quad (17)$$

Hierin ist nach der Boltzmann-Formel

$$\frac{n_{00}}{n_0} = \frac{g_{00}}{u_0}, \quad (18)$$

wo g_{00} = statistisches Gewicht des Grundzustandes = 2 und u_0 = Zustandssumme des neutralen Atomes ist.

Ferner folgt nach der Saha-Gleichung:

$$\frac{n_0}{n_1} = \frac{u_0}{u_1} \frac{p_e}{2} \frac{h^3}{(2\pi m)^{3/2}} (kT)^{-\frac{5}{2}} e^{+\frac{\chi_0}{kT}}. \quad (19)$$

Nach Einführung der Atomkonstanten ergibt sich:

$$\log \zeta = \log \frac{n_{00}}{n_1} = \chi_0 \theta + \frac{5}{2} \log \theta + \log p_e - 8.78 + \log \frac{g_{00}}{2u_1} \quad (20)$$

bzw.

$$\zeta \sim 10^{\chi_0 \theta} \cdot \theta^{5/2} \cdot p_e. \quad (21)$$

Der letzte Term $\log \frac{g_{00}}{2u_1}$ verschwindet, da die Zustandssumme des Na^+ -Ions (u_1) in der Sonnenatmosphäre gleich 1 ist (vgl. W. J. CLAAS [29]). Nach Formel (20) wurden die ζ -Werte für die beiden benutzten Schichtungen gerechnet und in Tab. 8 wiedergegeben.

8.42. *Die Dämpfung.* Bei der Berechnung der Dämpfung müssen wir beachten, daß sie sich aus mehreren Anteilen additiv zusammensetzt, da neben der Strahlungsdämpfung noch die Stoßdämpfung (Stöße mit H-Atomen und Elektronen und Ionen) eine Rolle, ja sogar die wesentliche Rolle spielt. Es wird sich ergeben, daß die Stoßdämpfung durch H-Atome im ganzen Bereich $0 < \tau < 8$ weit überwiegt, während die Dämpfung durch Stöße mit Elektronen und Ionen — letztere sind wegen ihrer gleichen Tiefenabhängigkeit hier sofort zusammengefaßt — erst bei $\tau = 0,5$ den Wert der Strahlungsdämpfung überschreitet und bei $\tau = 8,0$ etwa 50% der Wasserstoff-Stoßdämpfung erreicht. Diese rohen

Angaben gelten für beide Schichtungen. Wir gehen nun zur detaillierten Berechnung über. Es ist:

$$\gamma(\tau) = \gamma_{Str} + \gamma_H^{(\tau)} + \gamma_{E+J}^{(\tau)}. \quad (22)$$

Hierin ist:

γ_{Str} = Strahlungsdämpfungs-Konstante

γ_H = Dämpfung durch Stöße mit H-Atomen

γ_{E+J} = Dämpfung durch Stöße mit Elektronen und Ionen.

8.421. *Die Strahlungsdämpfung.* Für die reine Strahlungsdämpfung in den Na D-Linien erhält man nach der Quantentheorie (vgl. [11], § 71,5) den klassischen Wert:

$$\gamma_{Str} = \frac{3 g_n}{g_m} f_{mn} \gamma_{Kl} = \frac{3 g_n}{g_m} f_{mn} \frac{0.22}{\lambda^2} = 0.62 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}. \quad (23)$$

Es bezeichnet n den unteren Term, m den oberen Term, f_{mn} die Oszillatorenstärke. Hier ist $g_n = 2$, $g_m = 4$ bzw. 2, $f_{mn} = 0.650$ bzw. 0.325 für Na D₂ bzw. Na D₁.

8.422. *Die Dämpfung durch Stöße mit Elektronen und Ionen.* Die Stoßdämpfung läßt sich bekanntlich für die hier in Betracht kommenden $\Delta\lambda$ -Bereiche der Linienflügel allgemein nach der WEISSKOPF-LENZschen Theorie berechnen. Vergleiche hierzu die ausführliche Darstellung bei A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären ([11], § 71) und die Zusammenfassung bei H. H. VOIGT [27]. Nach ([27], Gl. (35)) gilt:

$$\gamma_E = 2^{3/2} \cdot \pi^{13/6} \cdot 1.34 C_E^{2/3} \Re^{1/6} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)^{1/6} T^{1/6} N_E, \quad (24)$$

$$\gamma_E = 45.3 C_E^{2/3} \Re^{1/6} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)^{1/6} T^{1/6} N_E. \quad (25)$$

Hierin bedeutet:

$\Re$ = Gaskonstante = $8.32 \cdot 10^7$ dyn · cm/grad

k = Boltzmann-Konstante = $1.38 \cdot 10^{-16}$ dyn · cm/grad

μ = Molekulargewicht; $\mu_1 = 1/1838$ (Elektron)

$\mu_2 = 23$ (Na-Atom)

C_E = Wechselwirkungskonstante für Elektronenstöße.

Letztere wurde aus Laboratoriumsmessungen des quadratischen Stark-Effektes von R. LADENBURG [30], vgl. auch ([11], § 71.7) bestimmt:

$$C_E = 1.73 \cdot 10^{-15} \text{ cgs.} \quad (26)$$

Für Stöße mit Ionen ändert sich in Gl. (25) lediglich das Molekulargewicht μ_1 . Hierfür ist jetzt das mittlere Atomgewicht der Ionen (≈ 24) zu setzen. Daraus folgt:

$$\gamma_J = \frac{1}{5.3} \gamma_E \quad \gamma_{E+J} = 1.19 \gamma_E. \quad (27)$$

Aus Gl. (25) und (27) folgt nun nach Einsetzen der Konstanten der Ausdruck für die Elektronen + Ionen-Stoßdämpfung:

$$\log \gamma_{E+J} = 6.53 + \log p_e + \frac{5}{6} \log \theta \quad (28)$$

Tabelle 8. Die Besetzungszahlen des Grundzustandes ζ , die Dämpfung γ , der kontinuierliche Absorptionskoeffizient κ als Funktion von τ .

(5893 Å)	Schichtung II				Schichtung I		
	κ	ζ	γ	$\frac{\zeta}{\kappa} \gamma$	ζ	γ	$\frac{\zeta}{\kappa} \gamma$
		10^{-4}	10^8	10^6	10^{-4}	10^8	10^6
0.002	0.020	10.2	1.50	7.70	30.2	1.95	29.4
.004	.032	9.5	1.99	6.01	32.4	2.58	26.3
.006	.044	8.5	2.39	4.66	33.1	3.09	29.5
.008	.048	8.5	2.70	4.80	31.6	3.46	22.9
.01	.051	7.8	2.95	4.45	30.2	3.89	22.9
.02	.072	8.7	4.16	5.00	23.4	4.94	16.0
.03	.096	9.6	4.98	4.98	18.2	5.82	11.1
.04	.107	10.0	5.85	5.45	16.2	6.46	9.8
.06	.126	10.2	7.05	5.73	14.5	7.66	8.8
.08	.145	10.5	7.84	5.67	13.2	8.52	7.4
.10	.155	11.0	9.29	6.57	11.2	9.29	6.57
.15	.182	10.0	11.0	6.05	s. Schichtung II		
.2	.204	8.9	12.9	5.64			
.3	.240	7.4	15.7	4.85			
.4	.282	6.8	17.6	4.22			
.6	.389	6.5	20.8	3.45			
0.8	.513	6.5	23.1	2.91			
1.0	0.661	6.3	25.0	2.40			
1.5	1.15	6.0	27.9	1.48			
2.0	2.00	6.2	31.5	0.98			
2.5	2.14	5.9	34.6	.90			
3.0	2.24	5.6	36.9	.92			
4.0	2.34	4.6	40.9	.80			
5.0	2.40	4.7	44.2	.86			
6.0	2.45	4.8	48.1	0.94			
7.0	2.51	4.9	51.6	1.01			

bzw.

$$\gamma_{E+J} \sim p_e \theta^{3/4}. \quad (29)$$

8.423. *Dämpfung durch Stöße mit Wasserstoff-Atomen.* In analoger Weise ergibt sich für die Stoßdämpfung mit H-Atomen aus [27], Gl. (29)

$$\log \gamma_H = 19.52 + \frac{2}{5} \log C_H + \log p_g - \frac{7}{10} \log T, \quad (30)$$

$$\log \gamma_H = 16.93 + \frac{2}{5} \log C_H + \log p_g + \frac{7}{10} \log \theta. \quad (31)$$

Die Wechselwirkungskonstante C_H wurde der quantenmechanischen Berechnung in [11], § 71 entnommen:

$$C_H = 5.28 \cdot 10^{-32} \text{ cgs}. \quad (32)$$

Damit erhalten wir nun die endgültige Formel für die Stoßdämpfung mit H-Atomen:

$$\log \gamma_H = 4.42 + \log p_g + \frac{7}{10} \log \theta, \quad (33)$$

$$\gamma_H \sim p_g \theta^{7/10}. \quad (34)$$

Nach den Formeln (22), (23), (28) und (33) wurde die Gesamtdämpfung für die beiden benutzten Schichtungen berechnet und in Tab. 8 wiedergegeben.

8.43. *Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient.* Nunmehr fehlt zur Berechnung von $\frac{\kappa_v}{\kappa}$ nur noch die Tiefenabhängigkeit des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten $\kappa(\tau)$ für $\lambda = 5893 \text{ \AA}$. Diese ließ sich, wie schon in § 8.2 auseinandergesetzt wurde, den Diagrammen von E. VITENSE [26] entnehmen. Die einzelnen Werte für die benutzten Schichtungen sind in Tab. 8 wiedergegeben. Die angegebenen κ -Werte gelten für beide Schichtungen.

8.5. Die berechneten Flügelstärken.

Aus Gl. (3) (Linientiefe) folgt jetzt für die Flügelstärke c der Na D-Linien

$$c = 71 \cdot 10^{-9} f \int_0^\infty \frac{\xi(\tau)}{\kappa(\tau)} \gamma(\tau) g_1(\tau, \vartheta) d\tau \quad (\text{\AA}^2). \quad (35)$$

Hierin ist nun noch die Oszillatorenstärke für jede der beiden Na D-Linien einzusetzen. Nach [11, § 71, S. 275] ist für den Übergang

$$3^2 S_{1/2} - 3^2 P_{1/2}^o \quad f_1 = 0.325 \quad (\text{Na D}_1)$$

$$3^2 S_{1/2} - 3^2 P_{3/2}^o \quad f_2 = 0.650 \quad (\text{Na D}_2)$$

Die Auswertung des Integrals erfolgte durch das in § 8.3 bereits erläuterte graphische Verfahren mit schrittweiser Addition der Ordinaten.

Der Integrand der Gl. (35) wurde für Sonnenmitte und Sonnenrand für die Schichtungen I und II in Abb. 14 dargestellt.

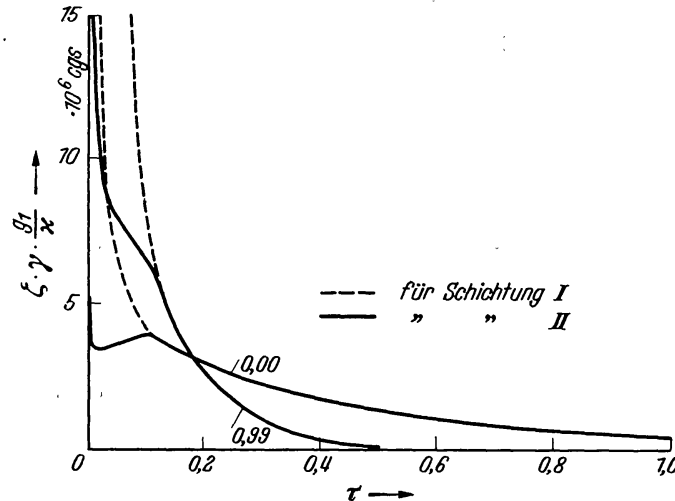


Abb. 14. $\frac{\xi(\tau)}{\kappa(\tau)} \gamma(\tau) g_1(\tau, \vartheta)$ für Schichtung I (---) für Schichtung II (—) für die Sonnenstellen $\sin \vartheta = 0.00$ und 0.99 .

Tab. 9a gibt die theoretisch berechneten Flügelstärken $c(\vartheta)$ in $\text{\AA}^2$ für Na D_1 wieder. Die theoretischen Flügelstärken für Na D_2 sind genau doppelt so groß, weil sich die Oszillatorenstärken um einen Faktor 2 unterscheiden.

Tab. 9b enthält die relativen Flügelstärken $\frac{c(\vartheta)}{c(0)}$ für beide Na D-Linien für die beiden benutzten Schichtungen.

Tabelle 9a. Die Flügelstärken für Na D_1 .

$\sin \vartheta$	=	0.00	0.60	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
$\cos \vartheta$	=	1.00	0.80	0.60	0.44	0.31	0.20	0.14
Schichtung II		0.0446	0.0465	0.0484	0.0483	0.0473	0.0443	0.0365
Schichtung I		0.0570	0.0612	0.0676	0.0740	0.0812	0.0935	0.102

Tabelle 9b. Die relativen Flügelstärken $\frac{c(\vartheta)}{c(0)}$ für die Na D-Linien.

Schichtung II	1.000	1.042	1.086	1.08	1.06	0.99	0.82
Schichtung I	1.000	1.075	1.186	1.30	1.425	1.64	1.79

9. Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung. Aussagen über die benutzten Schichtungen.

Die beobachtete Mitte-Rand-Variation der Flügelstärken $c(\vartheta)$ wurde den theoretischen Werten in der Abb. 15 gegenübergestellt. Abb. 15

enthält die in der vorliegenden Arbeit gemessenen Absolutwerte der Flügelstärken für Na D₁, aufgetragen über $\cos \vartheta$.

Außerdem wurden noch die durch 2 geteilten Flügelstärken der Na D₂-Linie eingezeichnet. Zum Vergleich wurden in gleicher Weise die Messungen von HOUTGAST [19] und SHANE [10] wiedergegeben.

In entsprechender Weise wurden die theoretischen Kurven der Mitte-Rand-Variation der Flügel in die Abbildung eingetragen.

Beim Vergleich der theoretischen mit den beobachteten Werten stellt man fest, daß die für die Schichtung II erhaltenen Flügelstärken sich

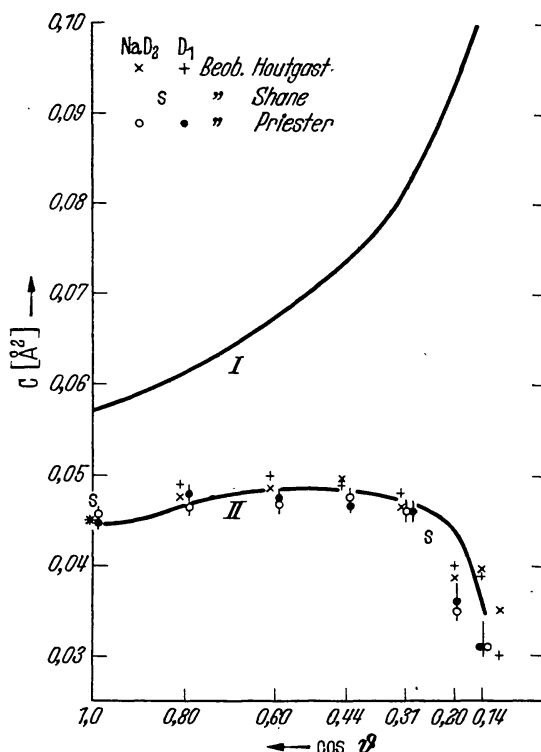


Abb. 15. Die Flügelstärken. Die theoretischen Kurven, die sich für die beiden Schichtungen I und II ergaben, wurden mit I und II bezeichnet. Die hier gemachten Messungen wurden mit ihren Fehlergrenzen (senkrechte Striche) angegeben, die aus den verschiedenen möglichen Auffassungen der Asymptoten bei der Ermittlung der Flügelstärken resultieren.

den Beobachtungen am besten anpassen, und zwar sowohl hinsichtlich ihrer relativen Mitte-Rand-Variation als auch in den Absolutwerten. Auf letztere darf jedoch kein allzu hohes Gewicht gelegt werden, da in die Absolutwerte die relative Häufigkeit des Natriums als Faktor eingeht. Diese Häufigkeit kann jedoch etwa um 50 % ungenau sein (vgl. [28]).

Erstaunlich bleibt zunächst die außerordentlich starke Abweichung der für die Schichtung I gerechneten Flügelstärken von den beobachteten Werten, zumal wenn man bedenkt, daß die Schichtungen I und II nur im Bereich $\tau_0 < 0.1$ voneinander abweichen (vgl. Abb. 16). Hinsichtlich der Absolutwerte gilt natürlich auch das oben Gesagte. Wir haben

hier offenbar ein sehr empfindliches Mittel in der Hand, um das Sonnenmodell, insbesondere die Temperaturschichtung in den Bereichen $\tau_0 < 0.1$ zu kontrollieren, also in Bereichen, für welche die Beobachtung der Mitte-Rand-Variation des Kontinuums, die primär als Grundlage für die Schichtungsrechnung dient, keine Aussagen liefert. Es ist wohl ausgeschlossen, daß der bei der Berechnung der Linientiefe (Gl. 3) vernachlässigte Term für kohärente Streuung an diesem Ergebnis noch wesentliches zu ändern vermag (vgl. § 8.1.).

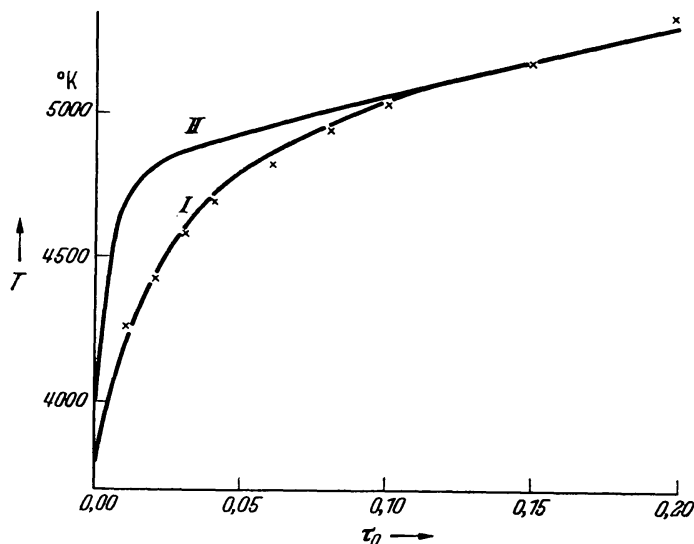


Abb. 16. Die benutzten Temperaturschichtungen im Bereich $0.00 \leq \tau_0 \leq 0.20$ nach E. VITENSE. Außerdem wurde zu Vergleichszwecken die von C. DE JAGER [31] angegebene Schichtung VII mit Kreuzen eingezeichnet.

Es gilt nun einzusehen, wie die erstaunliche Abweichung der c -Werte bei der Schichtung I zu verstehen ist. Wir haben also zu fragen, welche Größen in dem Integral (35) diese Änderung der theoretischen Mitte-Rand-Variation bewirken, wenn wir von Schichtung II zu Schichtung I übergehen.

Die Erklärung liefern uns die Tab. 7 und 8. Vergleichen wir zunächst die Gewichtsfunktionen bei beiden Schichtungen für den Sonnenrand ($\sin \vartheta = 0.99$) im Bereich $\tau < 0.1$. Die Werte für Schichtung I sind rund 1,5 bis nahezu 2mal so groß wie für II als Folge des anderen Temperaturverlaufes. Für $\sin \vartheta = 0.99$ entstehen aber über 80% der Flügel der D-Linien in Tiefen $\tau < 0.2$.

Den Hauptbeitrag liefert der große Unterschied im Linienabsorptionskoeffizienten κ_ν , hervorgerufen durch die starke Temperaturabhängigkeit der Besetzungszahlen des Grundzustandes. Während bei Schichtung II ζ zwischen $\tau = 0.002$ und 0.1 praktisch konstant bleibt, weil der Einfluß des Temperaturanstieges gerade durch den Elektronendruck-Anstieg kompensiert wird, ist für Schichtung I ζ im Bereich $0.002 \leq \tau \leq 0.02$ rund 3mal so groß wie bei Schichtung II.

Hieraus wird der steile Anstieg der Flügelstärken zum Sonnenrand hin bei Benutzung der Schichtung I und der deutliche Unterschied der beiden theoretischen Kurven für die Mitte-Rand-Variation nach Schichtung I bzw. II verständlich.

Sollte sich dieser Sachverhalt auch an anderen geeigneten Fraunhofer-Linien bestätigen, so wird es sich wohl als notwendig erweisen, den relativ flachen, schon früh einsetzenden Temperaturabfall an der Sonnenoberfläche (vgl. Schichtung I und DE JAGER VII [31] für $\tau_0 \leq 0.1$) durch einen der Schichtung II entsprechenden Temperaturabfall zu ersetzen.

Abschließend ist festzustellen: Die beobachtete Mitte-Rand-Variation der Linienflügel läßt sich theoretisch unter Benutzung der Schichtung II mit zufriedenstellender Übereinstimmung berechnen. Die noch verbleibenden Differenzen zwischen Beobachtung und Theorie, namentlich am Sonnenrand, lassen sich offenbar durch geringfügige Abweichung der Schichtung II von der wahren Schichtung erklären. Doch dürfte es kaum lohnend sein, die Schichtung II noch in diesem Sinne für die vorliegende Untersuchung abzuändern.

Herrn Prof. TEN BRUGGENCATE möchte ich für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und die weitgehende Förderung meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Ferner danke ich Herrn Dr. H. GOLLNOW und Herrn Dr. F. W. JÄGER für ihre Ratschläge und ihre tatkräftige Hilfe bei der Durchführung des Beobachtungsprogrammes.

Herrn Prof. H. KOPFERMANN möchte ich an dieser Stelle meinen Dank ausdrücken für die Erlaubnis, die Untersuchung des wahren Profils der Krypton-Linie 5870.9 Å in seinem Institut vornehmen zu können, und Herrn Dr. A. STEUDEL für seine Hilfe und Ratschläge bei der Justierung des Perot-Fabry-Interferometers.

Die beiden in § 8 benutzten Sonnenmodelle wurden mir freundlicherweise von Frl. Dr. E. VITENSE in Kiel vor der Veröffentlichung zur Verfügung gestellt. Ich möchte hierfür Frl. Dr. VITENSE und Herrn Prof. UNSÖLD für sein reges Interesse und die vielen fördernden Hinweise anläßlich meines kurzen Aufenthaltes in Kiel im März 1952 meinen herzlichen Dank aussprechen.

Literatur.

- [1] TEN BRUGGENCATE, P., J. HOUTGAST u. H. v. KLÜBER: Publ. Obs. Potsdam 29/3 (1939). — [2] ELSTE, G.: Entzerrung von Spektrallinien. Z. Astrophysik (im Druck). — [3] TREANOR, P. J.: Monthly Notices 109, 389 (1949). — [4] KUHN, H.: Rep. on Progress in Physics 14, 64 (1951). — [5] VAN DE HULST, H. C., u. J. J. REESINCK: Astrophysic. J. 106, 121 (1947). — [6] TEN BRUGGENCATE, P., u. F. W. JÄGER: Nachr. Akad. Wiss. Göttingen 1951. — [7] v. HIRSCH R., u. M. SCHÖN: Z. Astrophysik 1, 164 (1930). — [8] BARBIER, D.: Ann. Astrophysique 7, 86 (1944). —

- [9] SHANE, C. D.: LOB **16**, 76 (1932). — [10] SHANE, C. D.: LOB Nr. 507 (1941). — [11] UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938. — [12] TEN BRUGGENCATE, P., H. GOLLNOW, S. GÜNTHER u. W. STROHMEIER: Z. Astrophysik **26**, 295 (1949). — [13] MINNAERT, M.: Z. Astrophysik **10**, 40 (1935). — [14] KOPFERMANN, H., u. N. WIEDT-KNUDSEN: Z. Physik **85**, 353 (1933). — [15] KOPFERMANN, H.: Kernmomente, Leipzig 1940. — [16] BORN, M.: Optik, Berlin 1933. — [17] MINNAERT, M., Miss E. VAN DEN HOVEN VAN GENDEREN u. J. VAN DIGGELEN: BAN **11**, 55 (1949). — [18] RAUDENBUSCH, H.: Astr. Nachr. **266**, 316 (1938). — [19] HOUTGAST, J.: Diss. Utrecht **1942**. — [20] ALLEN, C. W.: Monthly Notices **100**, 10 (1939). — [21] MINNAERT, M.: Z. Astrophysik **12**, 316 (1936). — [22] UNSÖLD, A.: Z. Astrophysik **4**, 351 (1932). — [23] UNSÖLD, A.: Ann. Physik **3**, 8 (1948). — [24] LABS, D.: Z. Astrophysik **28**, 150 (1951). — [25] BARBIER, D.: Ann. Astrophysique **9**, 173 (1946). — [26] VITENSE, E.: Z. Astrophysik **28**, 81 (1950). — [27] VOIGT, H. H.: Z. Astrophysik **27**, 385 (1950). — [28] UNSÖLD, A.: Z. Astrophysik **24**, 306 (1948). — [29] CLAAS, W. J.: Rech. d'Utrecht **12** (1951). — [30] LADENBURG, R.: Z. Physik **28**, 51 (1924). — [31] DE JAGER, C.: Rech. d'Utrecht **13/I** (1952). — [32] RUNGE, C., u. K. W. MEISSNER: Handbuch der Astrophysik, Bd. I, 1, § 47—52. — [33] WEMPE, J.: Z. Astrophysik **5**, 158 (1932).

Dr. W. PRIESTER, Göttingen, Universitäts-Sternwarte.