

**Die Bestimmung des Gasdrucks in Sonnenflecken
aus Flügelstärken von Fraunhoferlinien**

Von

FRANS VAN'T VEER

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Februar 1961)

The wings of five selected strong and medium strong Fraunhofer lines are studied in the umbra of sunspots and in the undisturbed photosphere at the same distance from the limb. It appears to be possible to interpret the ratio c/c^* of the strengths of the wings in photosphere and sunspot as a measure for the ratio of the gas pressure if the temperature model is known.

For the two spots studied in this paper we obtained coherent results from the five Magnesium- and Iron lines. On the basis of a constant difference $\Delta\Theta = 0,26$ a pressure model is derived for a sunspot with a standard area of $80 \cdot 10^{-6}$ hemispheres. The model is given in table 6. For equal optical depths the gas pressure in the sunspot is somewhat lower than in the photosphere while the transparency is greater and decreasing less rapidly with increasing depth. A discussion of the influence of the magnetic field in the spot is given. The effect of scattered light of the photosphere on the strength of the wings has been estimated.

1. Einleitung

Bis heute liegen nur wenige Arbeiten vor, in denen systematisch versucht worden ist, Temperatur, Gas- und Elektronendruck in einem Sonnenfleck zu bestimmen. Die Ergebnisse der verschiedenen Autoren weichen stark voneinander ab. Das kann auf verschiedene Ursachen zurückgehen: Erstens sind alle photometrischen Beobachtungen an Sonnenflecken mit einer Unsicherheit behaftet durch das aus der Photosphäre eingestrahelte Licht, das die Differenzen zwischen den beobachteten Flecken- und Photosphärenspektren wesentlich abschwächen kann. Zweitens beziehen sich die verschiedenen Arbeiten auf verschiedene Flecken und außerdem werden bei den meisten Untersuchungen Flecken von verschiedenen Größen und verschiedenen Abständen von der Mitte der Sonnenscheibe zusammen bearbeitet. Die Ergebnisse aus den letzten Jahren haben aber deutlich gezeigt, daß es unmöglich ist, einen einheitlichen Temperaturenbau für alle Flecken anzugeben.

Verschiedene Methoden, die auch für die Photosphäre angewendet werden, können zur Bestimmung der Temperatur und des Druckes benutzt werden:

- a) Messung der Kontinuumstrahlung; Gesamtstrahlung oder Wellenlängenabhängigkeit der monochromatischen Strahlung.
- b) Beobachtungen des Linienspektrums; Wachstumskurven oder Linienkonturen.

Wir geben jetzt eine kurze Übersicht über die wichtigsten Arbeiten und ihre Ergebnisse, die nach 1938 veröffentlicht wurden. Die älteren Arbeiten sind bei TEN BRUGGENCATE und VON KLÜBER (1939) zusammengefaßt. Dort wird zum erstenmal eine Wachstumskurve neutraler Fe- und Ti-Linien von 4 großen Flecken zur Bestimmung der Anregungstemperatur im Fleck benutzt. In einer späteren Arbeit [TEN BRUGGENCATE und VON KLÜBER (1944)] ist auch der Gas- und Elektronendruck (Tabelle 1) für die mittleren wirksamen optischen Tiefen von den 77 untersuchten Ti I und Ti II-Linien abgeleitet.

Später hat MICHARD (1953) das Intensitätsverhältnis φ_λ der Kontinuumstrahlung Fleck/Photosphäre an ungefähr 30 Flecken verschiedener Größe gemessen. Sie befanden sich an verschiedenen Stellen auf der Sonnenscheibe und aus der Wellenlängenabhängigkeit und der Mitte-Rand-Variation (MRV) von φ_λ wurde eine Temperaturschichtung für einen Standardfleck abgeleitet. Die anzubringende Streulichtkorrektur war beträchtlich. Zur Ableitung der Druckschichtung benutzte MICHARD die Wachstumskurven von TEN BRUGGENCATE und VON KLÜBER.

Später hat MATTIG (1958) ein Modell abgeleitet, bei dem er von der Michardschen Temperaturschichtung ausging. Daraus wurden, unter der

Tabelle 1. Die wichtigsten Ergebnisse der letzten 20 Jahre

Autor	T	$\log P$	$\log P^*$	$\log P_e$	$\log P_e^*$	He/H	A
T. B.—v. K. . .	3900 ¹	+4.93	+4.8	+1.17	—0.26	0	8.000
MICHARD . . .	4600 ²	+4.89	+4.40	+1.28	+0.20	0	10.000
MATTIG . . .	4600 ²	+5.17	+5.28	+1.25	+0.58	1/5	20.000
ELSÄSSER . . .	4200 ¹	+4.91	+4.24	+1.31	+0.04	—	—

¹ Anregungstemperatur, ² Modelltemperatur

Annahme hydrostatischen Gleichgewichtes und der Häufigkeitsverhältnisse H:He = 5:1 und $A = 20000$ (Häufigkeit der Metalle), P und P_e in schrittweiser Näherung berechnet.

Die Resultate der verschiedenen Autoren sind in Tabelle 1 zusammengefaßt, wobei die mit einem Stern bezeichneten Werte sich auf den Fleck beziehen. Die letzten Ergebnisse beruhen auf einer neueren Untersuchung der Wachstumskurve eines großen Fleckes von ELSÄSSER (1961).

Die Daten dieser Tabelle gelten etwa für eine optische Tiefe $\tau_0 = 0.50$ ($\lambda = 5000\text{\AA}$). Die Gasdrucke sind nach der ersten und dritten Arbeit in Photosphäre und Fleck nahezu gleich, während in der zweiten und letzten Arbeit der Gasdruck im Fleck bedeutend niedriger ist als in der Photosphäre. Interessant sind außerdem noch die Differenzen in der Druckschichtung bei der zweiten und dritten Arbeit, weil beide von der gleichen Temperaturschichtung (MICHARD) ausgehen. Im Mattigschen Modell ist der Gasdruck in gleicher optischer Tiefe im Fleck höher als in der Photosphäre.

Die älteren sich widersprechenden Ergebnisse gehen von den gleichen Beobachtungen aus (Wachstumskurven von TEN BRUGGENCATE und von KLÜBER und Kontinuumsmessungen von MICHARD). Deren Interpretation und die zusätzlichen physikalischen Annahmen stimmen aber nicht überein.

In der folgenden Arbeit wird versucht, aus der Flügelstärke von Metalllinien den Gasdruck im Sonnenfleck zu bestimmen.

2. Die Messungen der Flügelstärken

a) Die Aufnahmen. Unsere Messungen beschränken sich auf zwei verschiedene Flecke. Der eine Fleck I wurde während einer Serie wolkenloser Tage im Mai 1960 in der dritten und vierten Ordnung des Bausch und Lombgitters an dem Göttinger Sonnenturm aufgenommen (Dispersion $0.4\text{--}0.6\text{ \AA/mm}$).

Für den zweiten, viel größeren Fleck II lagen schon Aufnahmen vor. Es handelt sich dabei um einen durch STUMPF (1961) am 6. August 1956 mit dem Göttinger Konkavgitter beobachteten Fleck (Dispersion 2.5 \AA/mm)*. Die Qualität dieser Beobachtungen entspricht sehr hohen Anforderungen. An diesem Fleck werden in Göttingen noch verschiedene andere Untersuchungen durchgeführt [STUMPF (1961), ELSÄSSER (1961)].

Tabelle 2. Die Beobachtungen

Aufnahme	Datum	Fleck	Linien
1	5. 5. 1960	I	Fe I λ 6400.01 Fe I λ 6411.66
2	6. 5. 1960	I	Fe I λ 6400.01 Fe I λ 6411.66
3	6. 5. 1960	I	Mg I λ 5528.42
4	9. 5. 1960	I	Mg I λ 5528.42
5	9. 5. 1960	I	Fe I λ 6400.01 Fe I λ 6411.66
6	6. 8. 1956	II	Mg I λ 5183.62 Fe I λ 5383.37 Mg I λ 5528.40 Fe I λ 6411.66

* Der Verfasser möchte auch an dieser Stelle Herrn Dr. P. STUMPF für die freundliche Überlassung dieser Aufnahmen und der zugehörigen Schwärzungskurven herzlich danken.

Fleck I. Auf jeder Aufnahme befinden sich gleichzeitig Sonnen- und Fleckenspektren, wobei auf den ersten 5 Platten meistens je 4 benutzbare Flecken- und ebenso viele Photosphärenspektren vorkommen. Für die Beobachtungen haben wir Perutz Perchromo 17° Din Platten benutzt. Die Belichtungszeiten der Aufnahmen variierten von 2 bis 15 Sekunden.

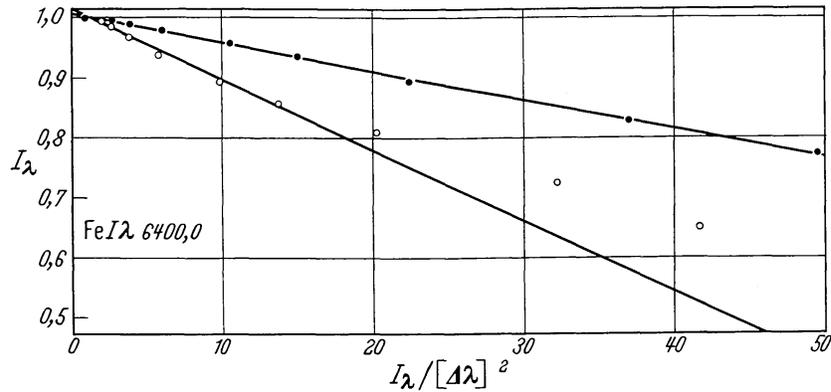


Abb. 1 a

Abb. 1a—1e. Intensitätsverlauf in den Linienflügeln (● Sonne, ○ Fleck I, □ Fleck II)

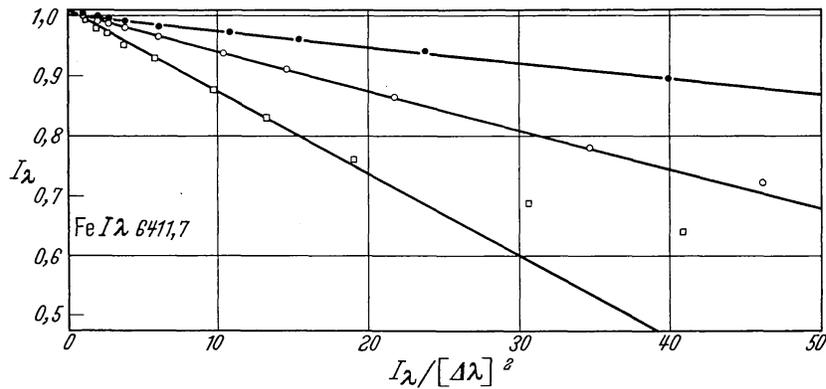


Abb. 1 b

Bei den Photosphärenaufnahmen wurde das Licht mit Hilfe eines Neutralfilters entsprechend abgeschwächt. Während der Beobachtungen des Fleckes saß vor dem Spalt ein kreisförmiges Loch, so daß Licht der benachbarten Photosphäre nicht in den Spektrographen eintreten konnte.

Fleck II. Der mit dem Konkavgitter gewonnene Film enthält 3 Photosphären- und 2 Fleckenspektren; Einzelheiten darüber findet man bei STUMPF (1961).

Über die beiden Flecken sind noch folgende Einzelheiten anzugeben:

Der Fleck I war ein ziemlich kleines, nahezu kreisförmiges Objekt, dessen wahre Umbra-Größe $25 \cdot 10^{-6}$ Hemisphären betrug. Während der Beobachtungen galt: $\sec \vartheta < 2$.

Der Fleck II war ein großer Fleck mit einer gut entwickelten Penumbra. Wahre Oberfläche der Umbra: $82 \cdot 10^{-6}$ Hemisphären. Beobachtung in der Nähe der Sonnenmitte.

b) **Die Bestimmung der Flügelstärken.** Nach der Definition der Flügelstärke c ergibt sich bekanntlich für die Intensität I_λ in einer Linie (I_0 Intensität des Kontinuums, $\Delta\lambda$ Abstand vom Linienzentrum in \AA)

$$I_\lambda = I_0 - I_\lambda \frac{c}{(\Delta\lambda)^2}. \quad (1)$$

Wenn man also I_λ als Funktion von $I_\lambda/(\Delta\lambda)^2$ aufträgt, findet man, soweit man mit reiner Dämpfungsverbreiterung rechnen kann, eine Gerade,

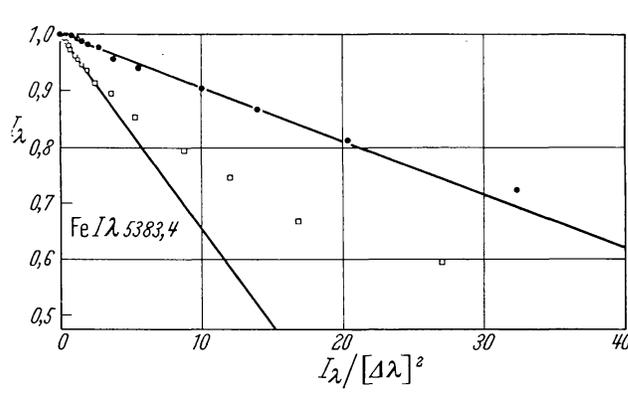


Abb. 1c

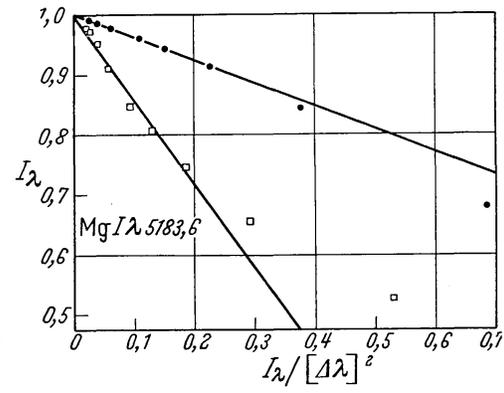


Abb. 1d

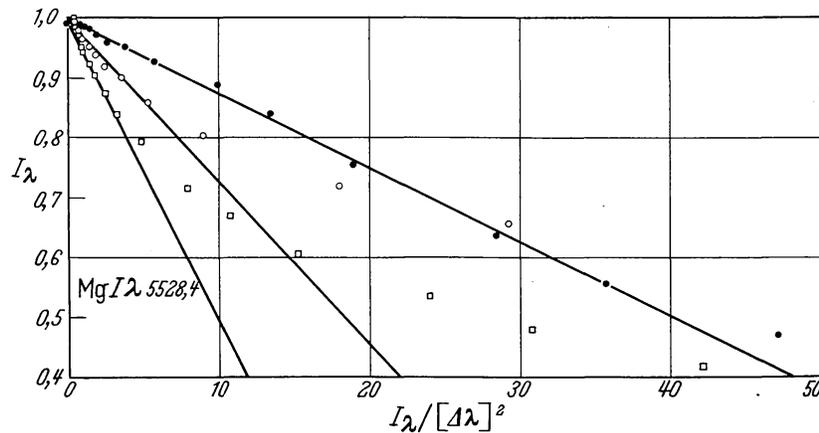


Abb. 1e

deren Neigung dem Wert c entspricht. Zur Bestimmung dieser Flügelstärken haben wir uns eine Anzahl möglichst blendfreier starker und mittelstarker Metalllinien aus dem Utrechter Sonnenatlas ausgesucht. Die Erfahrung zeigt, daß Linien, die im Photosphärenspektrum vollkommen isoliert auftreten, im Fleckenspektrum häufig von vielen Nachbarlinien gestört sind und deshalb unbestimmbare Flügel besitzen. In den Figuren 1a—e, deren Einzelheiten später noch diskutiert werden sollen, zeigen

wir die Ergebnisse für 3 Fe- und 2 Mg-Linien, die wir weiter bearbeitet haben. Die Resultate für die Flügelstärken sind in der Tabelle 3 eingetragen.

Mit Ausnahme der Linie Fe I λ 6411.7, deren Flügel auch im Fleckenspektrum gut definiert waren, konnten die Flügelstärken in der Photosphäre mit größerer Genauigkeit bestimmt werden als im Fleck; besonders für die Linie Fe I λ 5383.4 ist c^* sehr ungenau. Wir haben diese Linie jedoch nicht aufgegeben, weil Messungen des quadratischen Starkeffektes vorliegen. Solche Messungen liegen auch vor für die beiden Mg-Linien. Dieser Effekt, der im Fleck übrigens nur einige Prozente ausmacht gegenüber den VAN DER WAALS-Kräften, muß also bei den beiden Fe-Linien λ 6400.0 und λ 6411.7 vernachlässigt werden.

Tabelle 3
a) Die gemessenen Flügelstärken

	Fe I λ 6400.0	Fe I λ 6411.7	Fe I λ 5383.4	Mg I λ 5183.6	Mg I λ 5528.4
Photosphäre	0.0049 \pm 4	0.0027 \pm 2	0.0095 \pm 9	0.38 \pm 1	0.0125 \pm 11
Fleck I	0.012 \pm 2	0.0066 \pm 4			0.027 \pm 5
Fleck II		0.014 \pm 1	0.034 \pm 6	1.4 \pm 2	0.050 \pm 5

b) Das Flügelstärkeverhältnis c/c^* (* für Fleck)

	Fe I λ 6400.0	Fe I λ 6411.7	Fe I λ 5383.4	Mg I λ 5183.6	Mg I λ 5528.4
Fleck I	0.41	0.41			0.46
Fleck II		0.20	0.28	0.27	0.25

Die Flügelstärken sind so bestimmt, daß die Beobachtungen zwischen den Einsenkungen 0 und 30% am besten wiedergegeben werden. Bei der starken Mg λ 5183.6-Linie sind die Einsenkungen $> 35\%$ unzuverlässig wegen der geringen Schwärzung des Filmes, der zu einem anderen Zweck gemacht worden ist.

Die Ergebnisse der Tabelle 3 bestätigen die von TEN BRUGGENCATE (1939) schon gefundene Tatsache, daß die Flügelstärken im Fleck größer sind als in der Photosphäre. Zudem stellt sich heraus, daß erhebliche Unterschiede (mindestens um 100%) von Fleck zu Fleck auftreten können. Wir können also, wie schon bei Untersuchungen des Kontinuums mehrmals hervorgehoben worden ist, nicht mit einer einheitlichen Schichtung für alle Flecken rechnen.

Bevor wir zu einer theoretischen Deutung unserer Ergebnisse übergehen, werden wir zuerst einige Nebeneffekte bei der Flügelbildung betrachten. Dazu gehört, neben der schon erwähnten Einstreuung des benachbarten Photosphärenlichtes, die Anwesenheit eines Magnetfeldes im Fleck und der Einfluß von Fremdlinien auf die Flügelstärkemessungen.

3. Diskussion der Messungen

a) **Der Einfluß des Streulichtes auf die Linienflügel.** Wie WANDERS (1933) und MICHARD (1953) bei ihren Berechnungen der Strahlung des Sonnenfleckkontinuums schon gezeigt haben, müssen alle photometrischen Beobachtungen wegen Streulichtes aus der Photosphäre korrigiert werden. Es wird bei unserer Beobachtungsmethode im wesentlichen durch Streuung im Instrument und in der Erdatmosphäre und durch Szintillation hervorgerufen. Im allgemeinen nimmt man für die Streufunktion eine Gaußverteilung $\sim e^{-\left(\frac{x}{s}\right)^2}$ an, worin s als Streuparameter bezeichnet wird. Zur Berechnung des Streulichtes müssen der Streuparameter s , die genaue Form von Umbra und Penumbra und die Intensitäten der Penumbra und der umgebenden Photosphäre bekannt sein. Neuerdings hat STUMPF (1961) ein Verfahren angegeben, mit dem auf ziemlich genaue Weise die Streuungskorrektur für jeden Fleck bestimmt werden kann. Allerdings darf man nicht vergessen, daß die Richtigkeit der Korrektur in erster Linie von der Zuverlässigkeit des schwierig zu bestimmenden Streuungsparameters abhängt.

Wir wollen jetzt bestimmen, wie groß der Einfluß der Streuung auf die beobachtete Flügelstärke c ist. Nach Formel (1) gilt in den äußeren Flügeln ($I_\lambda \approx I_0$)

$$\begin{aligned} \text{In der Photosphäre: } I_\lambda &= I_0 \left[1 - \frac{c}{(\Delta\lambda)^2} \right], \\ \text{In der Penumbra: } I'_\lambda &= I'_0 \left[1 - \frac{c'}{(\Delta\lambda)^2} \right], \\ \text{In dem Fleck: } I_\lambda^* &= I_0^* \left[1 - \frac{c^*}{(\Delta\lambda)^2} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Wir beobachteten eine verfälschte Intensität:

$$\tilde{I}_\lambda^* = I_0^* \left[1 - \frac{\tilde{c}^*}{(\Delta\lambda)^2} \right]. \quad (3)$$

Für die Linien- und Kontinuumstrahlung gilt weiterhin:

$$\tilde{I}^* = I^* + aI + bI', \quad (4)$$

wo a und b die wellenlängen-abhängigen Bruchteile des eingestrahnten Photosphären- bzw. Penumbrales Lichtes darstellen. Die beiden Parameter a und b können innerhalb einer Linie als konstant betrachtet werden.

Schließlich definieren wir noch α und β :

$$I_0^* = \alpha I_0, \quad I'_0 = \beta I_0. \quad (5)$$

Es folgt dann nach (2), (3), (4) und (5)

$$c^* = \tilde{c}^* + \frac{a}{\alpha} (\tilde{c}^* - c) + \frac{b\beta}{\alpha} (\tilde{c}^* - c'). \quad (6)$$

Die Konstanten a und b können den Arbeiten von MICHARD und STUMPF entnommen werden und sind mit der Größe des Flecks korreliert. Die Konstanten α und β sind durch die Geometrie des Fleckes und den Streuungsparameter bedingt und können mit Hilfe des durch STUMPF entwickelten Verfahrens für jeden einzelnen Fleck und jeden Streuungsparameter berechnet werden. Die Flügelstärke in der Penumbra c' ist schwieriger zu bestimmen. Die Intensität der Penumbra ist in dem Wellenlängengebiet 5500—6000 Å ungefähr das Vierfache der Umbraintensität und nur etwa 20% kleiner als die Intensität der Photosphäre. Bei den untenstehenden Korrektionsberechnungen haben wir deshalb $c = c'$ vorausgesetzt.

In der Tabelle 4 sind für Flecken verschiedener Größe und Form und zwei verschiedene Streuungsparameter die Streuungskorrekturen mit Hilfe des Stumpfschen Verfahrens berechnet. Die Oberfläche $80 \cdot 10^{-6}$ Hemisphären entspricht dem Michardschen Standard-Fleck. Für jede gewählte Oberfläche haben wir die Rechnungen durchgeführt für einen ellipsenförmigen ($A_u = 2B_u$ und $A_p = 2B_p$) und einen kreisförmigen

Tabelle 4. Die Streulichtkorrektion für Flügelstärken

Umbr fläche 10^{-6} Hemisp.	A_u	A_p	B_u	B_p	$\frac{I_\lambda^*}{I_\lambda}$	c^*/\tilde{c}^*			
						$s = 4'.5$		$s = 6'.0$	
						$\frac{c}{\tilde{c}^*} = 0.5$	$\frac{c}{\tilde{c}^*} = 0.25$	$\frac{c}{\tilde{c}^*} = 0.5$	$\frac{c}{\tilde{c}^*} = 0.25$
40	8''.55	17''.5	8''.55	17''.5	0.288	1.03	1.04	1.12	1.17
	12.1	24.8	6.05	12.4	0.288	1.05	1.08	1.14	1.21
80	12.1	24.8	12.1	24.8	0.149	1.00	1.01	1.03	1.04
	17.1	35.0	8.55	17.5	0.149	1.01	1.02	1.09	1.13
160	17.1	35.0	17.1	35.0	0.0242	1.00	1.00	1.00	1.00
	24.2	49.6	12.1	24.8	0.0242	1.00	1.00	1.00	1.01

Fleck (A_u, B_u bzw. A_p und B_p bezeichnen die Längen der beiden Halbachsen der Umbra- bzw. Penumbrafläche). Für das Verhältnis Penumbrafläche:Umbrfläche ist in allen Fällen der Mittelwert 4.375 angenommen worden. Die Werte I_λ^*/I_λ sind so gewählt worden, daß die Temperatur des Fleckes ungefähr dem von STUMPF abgeleiteten Zusammenhang zwischen Temperatur und Größe des Fleckes entspricht.

In den letzten vier Spalten sind die zugehörigen Korrekturen eingetragen. Die Werte für den kreisförmigen Fleck sind kleiner als für den elliptischen, wie zu erwarten war. Außerdem nimmt die Korrektion zu, wenn die Differenz der Flügelstärken im Fleck und in der Photosphäre zunimmt (d. h. wenn c/c^* abnimmt). Bei einem größeren Streuungspara-

meter sind die Korrekturen entsprechend größer und erreichen einen Maximalwert von 21%. Man kann also schließen, daß für ziemlich kreisförmige Flecke, deren Fläche nicht kleiner ist als $40 \cdot 10^{-6}$ Hemisphären unter normalen atmosphärischen Bedingungen ($s < 5''$) die Korrektur der Flügelstärke nicht mehr als einige Prozente betragen wird. Es ist zu beachten, daß eine genaue Nachführung der Mitte der Umbra auf dem Spektrographenspalt bei unseren Berechnungen vorausgesetzt worden ist.

b) Der Einfluß des Magnetfeldes auf die Linienflügel. Durch ein Magnetfeld im Sonnenfleck werden die meisten Linien in verschieden polarisierte Komponenten aufgespalten. Wenn man das unpolarisierte Licht beobachtet, überlagern sich diese Komponenten und es soll nun der Einfluß dieser Überlagerung auf die Flügelstärke abgeschätzt werden.

Setzen wir den einfachen Fall eines longitudinalen Magnetfeldes und eine Linie mit normalem Zeeman-Effekt voraus. Die Aufspaltung der Spektrallinie beträgt

$$\delta\lambda = 4.7 \cdot 10^{-5} H \lambda^2 (\text{cm}). \quad (7)$$

Die Flügelstärke c_m zweier überlagerter Komponenten kann man auf folgende Weise in c , der Flügelstärke der Linie ohne Magnetfeld ausdrücken. Ohne Magnetfeld findet man für die Intensität in einem Linienflügel nach Gl. (2)

$$I_\lambda = I_0 \left[1 - \frac{c}{(\Delta\lambda)^2} \right]. \quad (2a)$$

Durch die Anwesenheit eines homogenen Magnetfeldes $H = \text{Konst.}$ wird beim normalen Zeeman-Effekt die Linie in eine rechts- und eine linkszirkular polarisierte Komponente aufgespalten, die um einen Betrag $\pm \delta\lambda$ gegenüber der ursprünglichen Linie verschoben sind. Weil der Wert des Absorptionskoeffizienten für das polarisierte Licht sich nicht ändert und die Ergiebigkeiten halbiert werden [siehe HUBENET (1954)] hat das Profil der beiden Komponenten die gleiche Form wie die ursprüngliche Linie und deren halbe Intensität.

Hieraus folgt für die Einsenkung r_λ und die Flügelstärke c_m des kombinierten Profils:

$$r_\lambda = \frac{1}{2} r_{\lambda+\delta\lambda} + \frac{1}{2} r_{\lambda-\delta\lambda} \approx \frac{c_m}{(\Delta\lambda)^2}. \quad (8)$$

Aus (2a) und (8) ergibt sich schließlich

$$\frac{c_m}{c} \approx 1 + \frac{3(\delta\lambda)^2}{(\Delta\lambda)^2}. \quad (9)$$

In Tabelle 5 sind die Werte c_m/c nach Formel (9) für verschiedene Magnetfelder eingetragen. Wie zu erwarten war, sind die Korrekturen in den inneren Teilen größer als in den äußeren Teilen der Flügel und haben eine Verstärkung der Linienflügel zur Folge. Im Hinblick auf die Meßgenauigkeit der Flügelstärken (in günstigen Fällen einige Prozent)

können diese Effekte also außerhalb 0.5 \AA von der Linienmitte völlig vernachlässigt werden. Bei den schwachen Linien muß jedoch darauf geachtet werden, daß bei großer Aufspaltung nur die äußeren Teile der Flügel zur Bestimmung der Flügelstärke benutzt werden können. Als

Tabelle 5. Der Einfluß des Magnetfeldes auf die Flügelstärken

H (GAUSS)	$\delta \lambda$ (Å)	c_m/c		
		$\Delta \lambda = 0.5 \text{ \AA}$	$\Delta \lambda = 1.0 \text{ \AA}$	$\Delta \lambda = 2.0 \text{ \AA}$
2000	0.0234	1.007	1.002	1.000
4000	0.0468	1.026	1.007	1.002
6000	0.0702	1.061	1.015	1.004
10000	0.1170	1.176	1.041	1.010

Beispiel zeigen wir in Abb. 2a ein reines Dämpfungsprofil, das wir, mit einer Verschiebung von $\delta \lambda = 0.05 \text{ \AA}$, in zwei Linien aufgespalten und wieder zu einem neuen Profil zusammengesetzt haben. In Abb. 2b ist I_λ als Funktion von $I_\lambda/(\Delta \lambda)^2$ zur Bestimmung der Flügelstärke eingetragen.

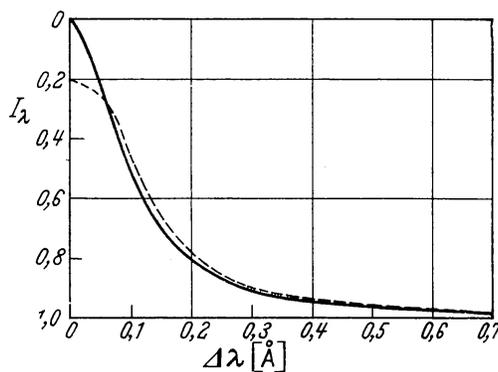


Abb. 2a

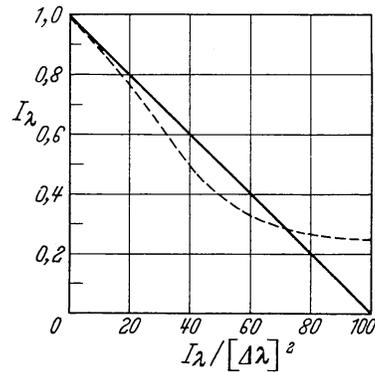


Abb. 2b

Abb. 2a—2b. Linienflügel ohne und mit magnetischer Aufspaltung (— reines Dämpfungsprofil, --- dasselbe Profil verzerrt nach Aufspaltung durch normalen Zeemaneffekt mit $\delta \lambda = 0.1 \text{ \AA}$)

Aus dieser Figur geht deutlich hervor, wie die Flügel sich nach innen zu verstärken; weit innen geht diese Verstärkung in eine Abschwächung über. Ein derartiger Effekt ist bei verschiedenen der beobachteten Flecklinien angedeutet (s. Abb. 1a—1d).

c) **Mögliche Fehler durch Blends und Schwärzungskurve.** Die in Tabelle 3 angegebenen Fehler beziehen sich nur auf die innere Genauigkeit der Beobachtungen, ohne Rücksicht darauf, wie weit die Linienflügel eventuell durch benachbarte Linien verfälscht worden sind. Besonders für die Flügelstärken im Fleckenspektrum ist diese Frage sehr wichtig, weil öfters der Eindruck entstand, wegen der vielen zusammengedrängten

schwachen Linien nur einen sehr unregelmäßigen Untergrund feststellen zu können. Nehmen wir zuerst an, daß im ganzen Gebiet des Linienflügels durch eine zusätzliche Absorption das Linienprofil und das Kontinuum verfälscht worden sind. Dann werden alle gemessenen Intensitäten um einen Betrag ΔI zu klein sein, d. h. statt c nach Formel (1) messen wir c_1 nach: $I = I_0 - c_1 \left[\frac{I - \Delta I}{(\Delta \lambda)^2} \right]$. Der Unterschied zwischen c und c_1 dürfte also nicht mehr als einige Prozent betragen.

Schlimmer ist es, wenn durch lokale zusätzliche Absorption die Flügel nur teilweise verfälscht sind. In den meisten Fällen wird sich das dadurch äußern, daß die Gerade, die den Zusammenhang zwischen I und $I/(\Delta \lambda)^2$ aus Formel (1) darstellt und deren Neigung der Flügelstärke c entspricht, wegen einer unerwarteten Krümmung unbestimmbar wird. Aus diesem Grund mußten wir verschiedene Eisenlinien aus dem roten Spektralgebiet fallen lassen. Bei den in Abb. 1 gezeigten Flügelbestimmungen sind jedoch noch erhebliche Unterschiede in der Qualität zu bemerken. Besonders die Linie FeI λ 5383.4 läßt nur in den äußersten Flügeln für den Fleck eine Flügelstärkebestimmung zu. Die Linie FeI λ 6411.7 dagegen besitzt bis zur Einsenkung $r = 0.5$ einen reinen Dämpfungsflügel sowohl im Fleck als auch in der Photosphäre.

Schließlich kann noch die Schwärzungskurve, deren Neigung einen ziemlich großen Einfluß auf den endgültigen Wert der Flügelstärke hat, einen Fehler verursachen. Wir haben aber immer dafür gesorgt, auf jede Platte Spektren mit verschiedener Belichtungszeit und also verschiedener Schwärzung aufzunehmen. Niemals hat sich ein systematischer Unterschied gezeigt. Der durch STUMPF aufgenommene Film enthielt nur zwei Flecken- und drei Sonnenspektren gleicher Schwärzung. Dieser Film ist aber von ihm selbst weitgehend diskutiert worden [STUMPF (1961)].

4. Die Interpretation der Ergebnisse

Das Verhältnis der Flügelstärke in Photosphäre und Fleck als Kriterium für die Druck- und Temperaturschichtung. In diesem Abschnitt wollen wir einen theoretischen Ausdruck ableiten für das Verhältnis der Flügelstärken c/c^* (* für Fleck). Die Definition der Flügelstärke c geht aus (1) hervor. Mit (1) läßt sich der Intensitätsverlauf in der Linie exakt darstellen, auch im Linienkern, wenn es sich um ein reines Dispersionsprofil handelt. Für andere Linien gibt (1) eine brauchbare Näherung, wenn die Dämpfungsflügel genügend stark entwickelt sind. Beschränkt man sich auf die äußeren Teile der Flügel, so folgt aus (1) die im folgenden benutzte Näherung

$$r = \frac{I_0 - I_\lambda}{I_0} = \frac{c}{(\Delta \lambda)^2}. \quad (10)$$

Eine theoretische Beziehung für die Linientiefe in den Flügeln ergibt sich unter Annahme von wahrer Absorption nach MINNAERT (1936) zu

$$r = \frac{\sec \vartheta \int_0^1 B \tau_\lambda dx - \int_0^1 B \frac{\kappa_\lambda}{\kappa} dx}{\int_0^1 B dx}, \quad (11)$$

mit B = Plancksche Strahlung,
 κ_λ = Linienabsorptionskoeffizient,
 τ_λ = optische Tiefe der Linie,
 κ = Absorptionskoeffizient des Kontinuums,
 τ = optische Tiefe für das Kontinuum,
 ϑ = Austrittswinkel,
 $x = e^{-\tau \sec \vartheta}$.

Mit dem bekannten Ausdruck für den Absorptionskoeffizienten im Linienflügel [s. UNSÖLD (1955)]:

$$\kappa_\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^2}{mc^3} \cdot \frac{\lambda^4}{(\Delta\lambda)^2} \cdot N f \gamma, \quad (12)$$

erhält man, unter Anwendung der Formeln (10), (11) und (12) für die Flügelstärke

$$c = \frac{\frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{mc^3} f \lambda^4 \int_0^1 B \left\{ \sec \vartheta \int_0^\tau \frac{N \gamma}{\kappa} d\tau - \frac{N \gamma}{\kappa} \right\} dx}{\int_0^1 B dx} \quad (13)$$

und als Quotienten der Flügelstärke in Photosphäre und Fleck

$$\frac{c}{c^*} = \frac{\int_0^1 B \left\{ \sec \vartheta \int_0^\tau \frac{N \gamma}{\kappa} d\tau - \frac{N \gamma}{\kappa} \right\} dx}{\int_0^1 B^* \left\{ \sec \vartheta^* \int_0^{\tau^*} \frac{N^* \gamma^*}{\kappa^*} d\tau^* - \frac{N^* \gamma^*}{\kappa^*} \right\} dx} \cdot \frac{\int_0^1 B^* dx^*}{\int_0^1 B dx}. \quad (14)$$

Die Parameter N , γ , B und κ sind, ebenso wie N^* , γ^* , B^* und κ^* unter Annahme gewisser Gleichgewichtsbedingungen in Fleck und Photosphäre durch die Druck- und Temperaturschichtung bedingt.

Hinsichtlich der verschiedenen Parameter ist noch folgendes zu bemerken.

Die Dämpfung γ . Weil wir uns auf Metalllinien beschränken, kann die Dämpfung beschrieben werden als Summe der Stoßdämpfung, hervorgerufen durch Wasserstoffatome und den quadratischen Starkeffekt der Ionen- und Elektronenstöße. Für die Berechnung der Wechselwirkungskonstanten bei Stößen mit Wasserstoffatomen wird auf die Lehrbücher

verwiesen. Eine zuverlässige Wechselwirkungskonstante für den quadratischen Starkeffekt kann nur aus Laboratoriumsmessungen entnommen werden. Leider liegen zur Zeit noch wenige solcher Messungen vor. Für die obengenannten Dämpfungseffekte gelten folgende Formeln:

a) Van der Waals-Kräfte durch Stöße mit Wasserstoffatomen:

$$\gamma_{\text{H}} = 17.0 C_{\text{H}}^{2/5} v^{3/5} N_{\text{H}}, \quad (15)$$

b) quadratischer Starkeffekt durch Stöße mit Elektronen und Ionen:

$$\gamma_{\text{E}} = 38.8 C_{\text{E}}^{2/3} v^{1/3} N_{\text{E}}. \quad (16)$$

Mit C_{H} und C_{E} sind die Wechselwirkungskonstanten für Stöße mit Wasserstoffatomen bzw. Elektronen oder Ionen bezeichnet. Die Relativgeschwindigkeit v der stoßenden Teilchen mit den Molekulargewichten μ_1 und μ_2 ist

$$v = \sqrt{\frac{8}{\pi} R T \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)}. \quad (17)$$

N_{H} und N_{E} sind die Anzahlen der stoßenden Teilchen pro cm^3 . N_{H} und N_{E} können auf einfache Weise in P (Gasdruck), P_e (Elektronendruck) und T (Temperatur) ausgedrückt werden:

$$N_{\text{E}} (= N_i) = \frac{P_e}{kT}, \quad (18)$$

$$N_{\text{H}} = \frac{P_{\text{H}}}{kT} = \frac{P}{1.2kT} \quad (P_{\text{H}} = P - P_{\text{He}}, P_{\text{He}} = 0.17 P). \quad (19)$$

Die Gleichungen (15) bis (19) liefern uns die folgenden zwei, nur von Druck und Temperatur abhängigen Beziehungen:

Wasserstoffatome:

$$\log \gamma_{\text{H}} = 19.52 + 0.4 \log C_{\text{H}} + \log P - 0.7 \log T, \quad (20)$$

Elektronen:

$$\log \gamma_{\text{E}} = 19.35 + 0.67 \log C_{\text{E}} + \log P_e - 0.83 \log T. \quad (21)$$

Der Einfluß des quadratischen Starkeffekts verursacht durch Stöße mit Ionen, γ_i , kann in γ_{E} ausgedrückt werden, wenn man das Molekulargewicht der Elektronen $\mu_1 = \frac{1}{1836}$ durch das mittlere Molekulargewicht der Ionen $\mu_2 = 30$ ersetzt. Man findet dann:

$$\frac{\gamma_{\text{E}}}{\gamma_i} \approx \left(\frac{\sqrt{1836 + \frac{1}{\mu_2}}}{\sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{\mu_2}}} \right)^{1/3}. \quad (22)$$

Hieraus folgt

$$\gamma_{\text{E}} + \gamma_i \approx 1.2 \gamma_{\text{E}}. \quad (23)$$

Es ist an dieser Stelle darauf hinzuweisen, daß die Konstanten C_{H} bzw. C_{E} nicht bekannt zu sein brauchen für die Berechnung des Verhältnisses

c/c^* , wenn im Fleck und in der Photosphäre γ^* und γ beide nur durch γ_{H} oder γ_{E} bedingt sind.

Der kontinuierlichen Absorptionskoeffizient κ . Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient kann im Fleck und in der Photosphäre auf folgende Weise dargestellt werden:

$$\log \kappa = K_1 + \log P_e + K_2 \Theta. \quad (24)$$

Diese einfache Beziehung verdanken wir der Tatsache, daß in diesem Temperaturbereich der kontinuierliche Absorptionskoeffizient im wesentlichen durch die Absorption des H^- -Ions bedingt ist.

Die Anzahl der absorbierenden Atome. In (13) stellt $N = N_{0,r}$ die Anzahl der Atome im Ausgangsniveau dar. Nimmt man für Fleck und Photosphäre die gleiche chemische Zusammensetzung an, so kommt es nur auf das Verhältnis

$$\zeta = \frac{N_{0,r}}{\sum N_i} = \frac{N_{0,r}}{N_0} \cdot \frac{N_0}{\sum N_i} \quad (25)$$

an, worin N_i die Anzahl der Atome des Elementes im i -ten Ionisationszustand ist. Im Zustand des Ionisationsgleichgewichtes gilt:

$$\log \frac{N_{0,r}}{N_0} = -\chi_{0,r} \Theta + \log \frac{g_{0,r}}{u_0}, \quad (26)$$

$$\log \frac{N_1}{N_0} = \log \frac{2u_1}{u_0} + \frac{5}{2} \log T - \chi_0 \Theta - \log P_e - 0.48. \quad (27)$$

Ist $\sum N_i = N_1$, wie es für viele Metallatome in der Sonnenphotosphäre der Fall ist, so gilt:

$$\log \zeta = (\chi_0 - \chi_{0,r}) \Theta - \frac{5}{2} \log T + \log P_e + 0.48 + \log \frac{g_{0,r}}{2u_1}. \quad (28)$$

Schließlich können wir folgende Formel für das Verhältnis der Flügelstärke anschreiben

$$\frac{c}{c^*} = \frac{\int_0^1 B \left(\frac{y}{\mu} - z \right) dx}{\int_0^1 B^* \left(\frac{y^*}{\mu^*} - z^* \right) dx^*} \cdot \frac{\int_0^1 B^* dx^*}{\int_0^1 B dx}, \quad (29)$$

mit $\mu = \cos \vartheta$, $z = \frac{\zeta \gamma}{\kappa}$, $y = \int_0^\tau z d\tau$.

Wir betrachten nun zuerst den quantitativen Einfluß einer Veränderung des Gas- und Elektronendruckes und der Temperatur auf den Integranden des Ausdruckes (29), d. h. auf das Produkt $\frac{\zeta \gamma}{\kappa}$ und die Planckfunktion B . Daran anschließend werden wir versuchen, die Auswirkung dieser Veränderungen auf die kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten mit zu berücksichtigen. Durch diesen letzten Einfluß wird

nämlich die Abhängigkeit des Integranden von τ und damit das ganze Integrationsverfahren einigermaßen abgeändert.

Außer der Quellenfunktion B müssen drei Parameter als Funktion der optischen Tiefe betrachtet werden: ζ , γ und \varkappa .

ζ : Setzen wir vollständige Ionisationen der Metallatome voraus, was für einen Fleck nur in den tieferen Schichten völlig der Fall ist, so ergibt sich:

$$\log \zeta = K_3 + \log P_e + (\chi_0 - \chi_{0,r}) \Theta - 2.5 \log T, \quad (28a)$$

worin K_3 eine zusammenfassende Konstante ist, deren Wert für jede Spektrallinie einzeln zu bestimmen ist.

γ : Für die Stoßdämpfung ergeben sich nach Formel (20) und (21) zwei ähnliche Ausdrücke:

$$\log \gamma_{\text{H}} = K_4 + \log P - 0.70 \log T, \quad (20a)$$

$$\log \gamma_{\text{E}} = K_5 + \log P_e - 0.83 \log T, \quad (21a)$$

worin K_4 und K_5 nur von den Wechselwirkungskonstanten der Linie abhängen.

Mit der für den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten abgeleiteten Formel (24) finden wir also:

$$\frac{\zeta \gamma_{\text{H}}}{\varkappa} = K_6 P 10^{(\chi_0 - \chi_{0,r} - K_2) \Theta} T^{-3.20}, \quad (30)$$

$$\frac{\zeta \gamma_{\text{E}}}{\varkappa} = K_7 P_e 10^{(\chi_0 - \chi_{0,r} - K_2) \Theta} T^{-3.33}. \quad (31)$$

Das heißt, wenn bei der Druckverbreiterung der Linie nur die van der Waals-Kräfte wichtig sind, wie das in der Photosphäre und im Fleck meistens der Fall ist, sollten die Integranden, weil B vom Gasdruck unabhängig ist, nahezu dem Gasdruck proportional sein. Spielt dagegen der quadratische Starkeffekt die Hauptrolle, dann erhält man eine Proportionalität mit dem Elektronendruck.

Der Einfluß der Temperatur auf den Integranden läßt sich folgendermaßen übersehen: Zuerst schreiben wir Gleichung (30) in der folgenden Form an

$$\frac{\zeta \gamma_{\text{H}}}{\varkappa} = K P 10^{(\chi_0 - \chi_{0,r} - K_2) \Theta} \Theta^{3.2}. \quad (30a)$$

Für $\Theta \approx 1$ ist $\log \Theta \approx (\Theta - 1) M$. (Diese Annäherung gibt eine mehr als zehnprozentige Genauigkeit in dem Bereich $0.7 < \Theta < 1.3$.)

Die Temperaturabhängigkeit von \varkappa im Bereich 5000—6500 Å wird nach (24) mit $K_2 = 1.76$ richtig angegeben, so daß

$$\frac{\zeta \gamma_{\text{H}}}{\varkappa} \approx K P 10^{(\chi_0 - \chi_{0,r} - 0.37) \Theta}. \quad (32)$$

Das heißt, wenn wir Θ um einen Wert $\Delta\Theta = 0.1$ erhöhen, wird $\frac{\zeta\gamma_H}{\kappa}$ im Durchschnitt für $\chi_0 - \chi_{0,r} = 3$ bis 4 um ungefähr einen Faktor 2 vergrößert werden. Bei den niedrigen Temperaturen des Fleckes können wir außerdem die Planckfunktion durch eine reine Exponentialfunktion ersetzen

$$B \approx e^{-k\Theta} \quad \text{mit} \quad k = \frac{28540}{\lambda(\text{\AA})}. \quad (33)$$

Diese Annäherung zeigt eine Höchstabweichung von 3 bis 4 Prozent in den tiefsten Schichten des Fleckes. Eine Erniedrigung der Temperatur um $\Delta\Theta$ kann also einer Multiplikation der Planckfunktion mit $e^{-k\Delta\Theta}$ gleichgesetzt werden.

Für eine Grobanalyse des Fleckenmodells können wir nach obenstehenden Ergebnissen folgendes Verfahren anwenden. Mit Hilfe eines vorläufigen Modells [z. B. MICHARD (1953) oder MATTIG (1958)] berechnen wir für eine bestimmte, im Fleck und in der Photosphäre gemessene Linie nach Formel (29) das Verhältnis c/c^* . Um ferner eine Übereinstimmung zu erreichen zwischen der berechneten und der gemessenen Flügelstärke, können wir die Druck- und Temperaturschichtung in unserem Ausgangsmodell abändern. Dabei erweist es sich nach Formel (29) und (32) als zweckmäßig, in allen an der Bildung des Linienflügels teilnehmenden Schichten die Temperatur und den Druck um einen konstanten Wert $\Delta\Theta$ bzw. $\Delta\log P$ abzuändern.

Der Einfluß dieser Veränderung ist leicht übersehbar, weil dadurch nur die Größe $\frac{\zeta\gamma_H}{\kappa}$ in (29) mit einem Faktor multipliziert wird. Die Veränderung der Planckfunktion, wobei es sich nach (33) auch um einen multiplikativen Faktor handelt, braucht man nicht weiter zu berücksichtigen, weil sie gleichzeitig im Zähler und Nenner auftritt.

Schließlich müssen wir zur Interpretation des Quotienten c/c^* noch einen zweiten Umstand berücksichtigen. Durch die Korrekturen, die wir in unserem Ausgangsmodell an Θ und $\log P$ angebracht haben, um eine bessere Übereinstimmung mit den gemessenen Flügelstärken zu bekommen, wird auch der Absorptionskoeffizient des Kontinuums und damit unsere Integrationsveränderliche x mitgeändert. Betrachten wir dann das Verhältnis κ_1^*/κ^* , worin sich κ_1^* auf unser verbessertes Modell bezieht: Nach Formel (24) können wir schreiben:

$$\log \frac{\kappa_1^*}{\kappa^*} = \log \frac{(P_e^*)_1}{P_e^*} + K_2(\Theta_1^* - \Theta^*), \quad (34)$$

d. h. wenn wir für jede optische Tiefe zu $\log P_e$ und Θ einen konstanten Wert addieren, so wird auch $\log \kappa$ in diesen Schichten um einen konstanten Wert verkleinert oder vergrößert werden. Da also $\tau_1^* = \beta\tau^*$ ($\beta = \kappa_1^*/\kappa^*$)

gilt, ergibt sich für den durch den Fleck bestimmten Teil des Ausdrucks (29)

$$c^* = \text{Kst.} \frac{\int_0^1 B^* d e^{-\tau^* \beta / \mu^*}}{\int_0^1 B^* (y^* \beta / \mu^* - z^*) d e^{-\tau^* \beta / \mu^*}} . \quad (35)$$

In den Berechnungen kann man also diesen Effekt analog dem Einfluß einer Mitte-Rand-Variation berücksichtigen. Statt ϑ benutzt man einen anderen Winkel ϑ' , dessen Definition

$$\sec \vartheta' = \beta \sec \vartheta , \quad (36)$$

direkt aus den Formeln (29) und (35) folgt. Da die Flügelstärken nicht sehr mitte-rand-empfindlich sind, handelt es sich hier offenbar um einen Effekt zweiter Ordnung und wir können in erster Näherung die Flügelstärke als proportional mit $\zeta \gamma_{\text{H}}/\kappa$ betrachten. Diese Tatsache werden wir in der Anwendung der Theorie auf die Messungen weiter ausnutzen.

Resultate

Es ist sinnlos, versuchen zu wollen, aus einigen Beobachtungen des Quotienten c/c^* eine vollständige und zuverlässige Temperatur- und Druckschichtung des Fleckes abzuleiten. Unsere Messungen sind nur an 2 Flecken verschiedener Größe durchgeführt, für beide ist $\sec \vartheta \approx 1$. Außerdem ist die Auswahl der benutzbaren Linien stark eingeschränkt worden durch die Überlagerung vieler Fremdlinien in den Flügeln der Flecklinien. Da die Flügelstärke ziemlich stark von dem Verlauf der Temperatur und des Druckes abhängt, haben wir die Schichtung der Atmosphäre berücksichtigt. Wir greifen dabei auf die Ergebnisse anderer Autoren zurück.

Auf Grund von Beobachtungen des Kontinuums der Flecken- und Photosphärenspektren [MICHARD (1953)] hat sich herausgestellt, daß man für die an der Bildung des Kontinuums beteiligten Schichten, wenn sie auf die gleiche optische Tiefe bezogen werden, mit einer konstanten Differenz $\Delta \Theta = \Theta^* - \Theta$ rechnen kann. Ausgehend von einem bekannten Sonnenmodell kann damit also $\Theta^*(\tau^*)$ unter Voraussetzung eines bekannten $\Delta \Theta$ festgelegt werden. Diese Temperaturdifferenz $\Delta \Theta$ kann man ebenfalls der Michardschen Arbeit entnehmen, wenn die Größe der Umbrfläche des Fleckes bekannt ist. Diese Größe ist nämlich mit der Intensität der Umbra korreliert in dem Sinn, daß größere Flecke eine entsprechend niedrigere Umbrintensität besitzen.

Für eine vorläufige Abschätzung der Druckschichtung kann man sich einerseits auf die experimentelle Arbeit von MICHARD, andererseits auf die theoretische Arbeit von MATTIG (1958) stützen. Obwohl beide Autoren

vom gleichen Temperaturmodell ausgegangen sind ($\Delta\Theta = 0.26$) finden sie sehr unterschiedliche Gasdrücke im Fleck, wie schon MATTIG in seiner Arbeit betont hat. In Abb. 3 haben wir den Gasdruck als Funktion von $\log\tau_0$ für beide Modelle, die sich auf einen Fleck der Größe $80 \cdot 10^{-6}$ Hemisphären beziehen, aufgetragen. Der Gasdruck ist im Mattigschen Modell um einen Faktor 7 größer als im Michardschen Modell, während der Gradient, $\frac{d \log P}{d \log \tau_0}$, in beiden Fällen einen in allen Schichten nahezu konstanten und für beide Modelle gleichen Wert hat. Für den Elektronendruck sind die Unterschiede geringer, weil MATTIG in seinem Modell eine kleinere Metallhäufigkeit angenommen hat. Setzen wir die Richtigkeit der Temperaturschichtung und des Druckgradienten voraus, so können wir mit Hilfe der Formel (29) und der Beobachtungen der Linienflügel (Tabelle 3) die zugehörige Druckschichtung ausrechnen. Für die Photosphäre wird stets die Temperaturschichtung des Modells II von E. BÖHM-VITENSE (1954) und die Druckschichtung von MATTIG (1958) angenommen.

Wenden wir uns zuerst der Beobachtung des Fleckes II (Tabelle 3) zu, weil dieser Fleck genau der Größe des Standardfleckes von MICHARD und MATTIG entspricht. Für die starke Magnesiumlinie $\text{Mg I } \lambda 5183.6$ ergibt sich aus den Beobachtungen $c/c^* = 0.27$. Zum Vergleich damit berechnet man die folgenden theoretischen Werte: Modell I: $c/c^* = 0.67$; Modell II: $c/c^* = 0.12$. Offenbar haben wir in Wirklichkeit eine Druckschichtung, die zwischen den beiden Extremen von Modell I und II gesucht werden muß. Für die anderen Linien findet man ungefähr die gleichen Unterschiede zwischen berechneten und gemessenen Werten, wie das aus der theoretischen Ableitung schon zu erwarten war. Es ist übrigens sehr schwierig, kleine Unterschiede zwischen den einzelnen Linien zu deuten, da die Beobachtungen mit einem ziemlich großen inneren Fehler behaftet sind. So sollte z. B., nach den Berechnungen, das c/c^* für die $\text{Mg I } \lambda 5183.6$ -Linie etwas kleiner sein als für die $\text{Mg I } \lambda 5528.4$ -Linie. Die beste Erklärung der gemessenen Flügelstärken, innerhalb der Meßgenauigkeit, erhält man unter Anwendung des Michardschen Modells, mit einer Erhöhung des Gasdruckes in allen Schichten um $\Delta \log P = 0.45$. Der Gasdruck bleibt also überall niedriger als der Gasdruck gleicher optischer Tiefe in der Photosphäre.

Der andere Fleck hatte eine viel kleinere Umbrafläche ($25 \cdot 10^{-6}$ Hemisphäre*) und ist wegen der größeren Streuung (Tabelle 4) weniger für unseren Zweck geeignet. Wir wollen daher auf den Fleck I nur die im vorigen Abschnitt abgeleiteten gröberen Faustregeln anwenden. Den

* Der Verfasser ist Herrn Prof. M. WALDMEIER zu großem Dank verpflichtet für die Übersendung der für die Bestimmung der Größe des Flecks benötigten photographischen Aufnahme.

Temperaturunterschied $\Delta\Theta = 0.12$ zwischen Fleck und Photosphäre entnehmen wir wieder der Michardschen Arbeit. Vergleichen wir jetzt die beiden Flecke I und II unter Voraussetzung gleicher Druckschichtung. Nach Formel (19) wird für eine Linie mit $\chi_0 - \chi_{0,r} = 3.50$ die Flügelstärke, infolge des Temperaturunterschiedes, in Fleck I um einen Faktor 2 kleiner sein als in Fleck II. Dieser Faktor entspricht genau dem Wert, den wir für die beiden Linien FeI λ 6411.7 und MgI λ 5528.4 gemessen haben. Obwohl keine Messungen des Streuungsparameters vorliegen, können wir, unter Annahme mittlerer Streuungsbedingungen, voraussetzen, daß die gemessenen Flügelstärken im Fleck in Wirklichkeit 20% bis 40% größer sein müssen. Diese Korrektur der Flügelstärke können wir theoretisch berücksichtigen durch eine Erhöhung des Gasdruckes im Fleck I gegenüber Fleck II.

Aus obenstehenden Untersuchungen geht hervor, daß die Flügel starker und mittelstarker Fraunhoferlinien als Kriterium für den Gasdruck in einem Sonnenfleck benutzt werden können. Hierbei wird die Temperaturschichtung als bekannt vorausgesetzt und kann z. B. aus Messungen der Kontinuumsstrahlung entnommen werden.

Tabelle 6. *Standard-Modell des Fleckes (Umbraoberfläche = $80 \cdot 10^{-6}$ Hemisphäre) und der Photosphäre (BÖHM-VITENSE und MATTIG)*

τ_0	T^*	$\log P^*$	$\log P_e^*$	h^* (km)	T	$\log P$	$\log P_e$	h (km)
0.01	3780	+4.11	-0.85	0	4700	+4.29	-0.15	0
0.05	3930	4.43	-0.51	372	4930	4.68	+0.26	132
0.10	4010	4.57	-0.34	550	5066	4.84	0.50	183
0.30	4290	4.79	+0.02	874	5510	5.08	0.92	262
0.50	4480	4.89	0.22	1029	5830	5.17	1.25	295
1.00	4820	5.03	0.49	1269	6405	5.25	1.80	330
1.50	5050	5.11	0.63	1424	6835	5.29	2.18	345
2.00	5250	5.16	0.72	1553	7180	5.31	2.45	353
3.00	5520	5.25	0.84	1772	7710	5.34	2.85	363
4.00	5710	+5.30	+0.90	1950	8100	+5.35	+3.14	369

Für einen Fleck der Standardgröße $80 \cdot 10^{-6}$ Hemisphäre haben wir das in Tabelle 6 eingetragene Modell bestimmt.

Für jeden einzelnen Schritt wurde mit der entsprechenden Temperatur T und dem Gasdruck der Ionisationsgrad und daraus der Elektronendruck P_e berechnet. Dabei wurden die von WEIDEMANN (1955) angegebenen Häufigkeiten der Metalle benutzt ($A = 20000$). In Tabelle 6 haben wir außerdem die Schichtung der Photosphäre (nach BÖHM-VITENSE und MATTIG), die als Ausgangspunkt unserer Rechnungen gedient hat, eingetragen. Die entsprechenden geometrischen Höhenskalen wurden mit Hilfe der Definition $\Delta\tau_0 = \kappa_0 \rho \Delta h$ bestimmt. Die Nullpunkte der Skalen

können nicht ohne weiteres festgelegt werden und sind willkürlich mit $\tau_0 = 0.01$ identifiziert worden. Es sei noch bemerkt, daß bei den niedrigen Temperaturen in den äußeren Schichten des Fleckes eine zusätzliche Absorption durch Moleküle die geometrischen Tiefen um einen kleinen Betrag ändern kann.

Als Folge des geringeren Druckes kann man in den Fleck tiefer hineinschauen als in die Photosphäre. Dieser Unterschied in der Transparenz wird

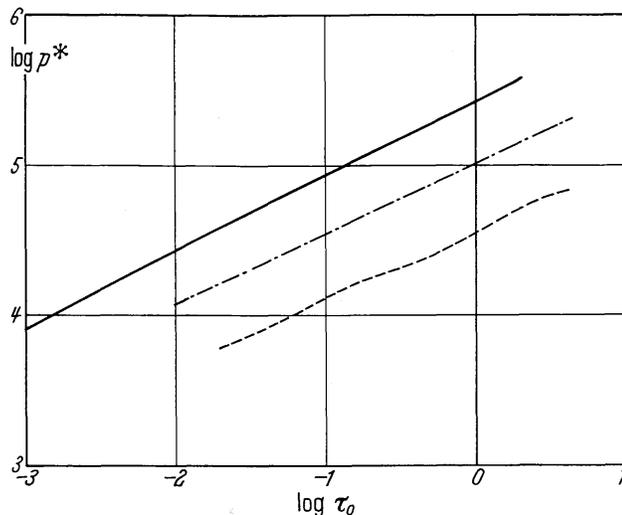


Abb. 3. Der Gasdruck im Fleck (— MATTIG, - - - MICHARD, - · - nach den beobachteten Linienfügeln)

in den tieferen Schichten noch größer durch den schneller zunehmenden Elektronendruck in der Photosphäre (Ionisation des neutralen Wasserstoffes). Auch bei Modellen, die gleiche Gasdrucke $P = P^*$ an der Sonnenoberfläche annehmen, muß man mit solchen anwachsenden Transparenzunterschieden für die tieferen Schichten rechnen. Deshalb sind für gleiche geometrische Tiefe im Fleck und in der Photosphäre die entsprechenden optischen Tiefen im Fleck kleiner als in der Photosphäre. Das führt zu erheblichen Druckunterschieden, wenn man gleiche geometrische Tiefen betrachtet.

Herrn Professor TEN BRUGGENCATE, der diese Arbeit anregte, möchte ich herzlich danken für die mir gebotene Gelegenheit, in seinem Institut zu arbeiten. Ihm sowie meinen Kollegen an der Göttinger Sternwarte bin ich auch für fördernde Diskussionen dankbar. Der Alexander-von-Humboldt-Stiftung bin ich für die Gewährung eines Stipendiums, das die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte, zu großem Dank verpflichtet. Herrn Dr. ELSÄSSER danke ich für seine Hilfe bei der Abfassung des deutschen Textes.

Literatur

- BÖHM-VITENSE, E.: Z. Astrophys. **34**, 209 (1954).
 BRUGGENCATE, P. TEN: Z. Astrophys. **18**, 330 (1939).
 BRUGGENCATE, P. TEN, u. H. VON KLÜBER: Z. Astrophys. **18**, 284 (1939).

- BRUGGENCATE, P. TEN, u. H. VON KLÜBER: Veröffentl. Göttingen Nr. 78 (1944).
ELSÄSSER, H.: Z. Astrophys. (in Vorbereitung) (1961).
HUBENET, H.: Z. Astrophys. **34**, 110 (1954).
MATTIG, W.: Z. Astrophys. **44**, 280 (1958).
MICHARD, R.: Ann. d'Astrophysique **16**, 217 (1953).
MINNAERT, M.: Z. Astrophys. **12**, 313 (1936).
STUMPF, P.: Z. Astrophys. **52**, 2 (1961).
UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären, 2. Aufl. 1955.
WANDERS, A. J. M.: Dissertation Utrecht (1933).
WEIDEMANN, V.: Z. Astrophys. **36**, 101 (1955).

Dr. F. VAN'T VEER, Institut d'Astrophysique, 98 bis Boulevard Arago, Paris 14^e