

Zeitschrift für Astrophysik, Bd. 36, S. 101—144 (1955).

## Metallhäufigkeiten, Druckschichtung und Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre.

Von

VOLKER WEIDEMANN, Kiel.

Mit 12 Textabbildungen.

(Eingegangen am 13. Oktober 1954.)

Bei Verwendung des BÖHMSchen Strahlungsgleichgewichtsmodells der Sonnenatmosphäre ergeben sich beim Eisen um einen Faktor 4, bei den übrigen Metallen um einen Faktor 2 kleinere Häufigkeiten als bei CLAAS (1951). Das Verhältnis Wasserstoff: Metalle ergibt sich nunmehr zu 20000:1. Als Folge hiervon wird der Elektronendruck herab- und der Gasdruck heraufgesetzt.

Mit der neu bestimmten Druckschichtung (Tab. 12) wird ein Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung bei den Flügeln der starken Fraunhoferlinien durchgeführt, um die Theorie der Dämpfung zu überprüfen. Es ergibt sich:

1. Bei den Elementen mit Einelektronensystemen läßt sich die Dämpfung nach der Theorie der VAN DER WAALSSchen Stoßverbreiterung mit wasserstoffähnlich berechneten Wechselwirkungskonstanten vollständig verstehen (Tab. 15);

2. für Komplexspektren dagegen ist die beobachtete Dämpfung systematisch größer als theoretisch zu erwarten. Der Faktor  $\gamma_{beob} / \gamma_{theor}$  ist bei Chrom und Eisen von der Größenordnung 5 und unabhängig vom Anregungspotential (Tab. 16).

In methodischer Hinsicht neu ist ein mathematisch vereinfachtes Vorgehen bei der Berechnung der Druckschichtung (I. Teil, Abschnitt 5) und ein Verfahren, das es gestattet, bei der Bestimmung von Flügelstärken Linieneinsenkungen bis zu  $r \approx 0.5$  heranzuziehen (II. Teil, Abschnitt 3 und 4).

### Einleitung.

Seit den Untersuchungen von MINNAERT u. GENARD (1935), A. UNSÖLD (1936, 1943), TEN BRUGGENCATE und HOUTGAST (1940) und H. H. VOIGT (1950) wissen wir, daß die Verbreiterung der starken Linien auf der Sonne durch *Stoßdämpfung* erfolgt, und zwar, abgesehen von einigen besonders Starkeffekt-empfindlichen Linien, vorwiegend durch van der Waals-Kräfte bei Stößen neutraler Wasserstoffatome. Letzteres folgt aus der durch Beobachtung der Mitte—Rand-Variation erschlossenen Tatsache, daß die Dämpfung proportional dem *Gasdruck* ist, und die Theorie nur für diesen Fall eine solche Proportionalität voraussagt.

Es ist das Ziel dieser Arbeit, in einer quantitativen Untersuchung zu prüfen, wieweit sich bei den starken Metalllinien des Sonnenspektrums die Dämpfung auf Grund dieses Mechanismus erklären läßt, wenn man bei den erforderlichen Rechnungen atomtheoretische Wechselwirkungskonstanten und ein neues Sonnenmodell verwendet.

Im ersten Teil werden wir uns mit Fragen des *Sonnenmodells* (Temperaturschichtung, Gas- und Elektronendruck) befassen. Eng gekoppelt mit der Berechnung des Gasdrucks ist die des Elektronendrucks, dieser wiederum hängt stark von den *Metallhäufigkeiten* ab.

Wir stellen aus diesem Grunde eine Überprüfung der Metallhäufigkeiten an die Spitze und berechnen sodann auf Grund der erhaltenen Ergebnisse die *Druckschichtung* neu; dabei verwenden wir ein spezielles Verfahren, das uns gleichzeitig Gas- und Elektronendruck liefert.

Im zweiten Teil folgt die eigentliche Untersuchung über die Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre.

Nach einer *Einleitung* und einem Abschnitt über die *Theorie der Dämpfung* folgt eine theoretische Betrachtung über die *Berechnung der Linienkonturen*, mittels derer dann auch der Vergleich mit den beobachteten Linienkonturen erleichtert wird. Es ergibt sich so die Möglichkeit, Linieneinsenkungen bis zu  $r \approx 0.5$  zur *empirischen Bestimmung der Flügelstärken* heranzuziehen. Die Flügelstärke ist der Dämpfung proportional und infolgedessen für unseren geplanten Vergleich am geeignetsten. Ihre *Berechnung* erfordert nur eine Integration und ist mit Hilfe der Gewichtsfunktionen durchführbar. — Das Beobachtungsmaterial entnehmen wir hauptsächlich dem *Utrechter Sonnenatlas*. Die damit verbundene Festlegung auf Sonnenmitte hat für unsere Problemstellung den weiteren Vorteil, daß die Unsicherheiten bezüglich der höchsten Schichten des Sonnenmodells nur geringfügig in die Rechnung und damit in die *Ergebnisse* eingehen. Diese Ergebnisse stellen wir in zwei Tabellen, getrennt für Eisen — für das besonders umfangreiche Untersuchungen ausgeführt werden —, und die übrigen Metalle zusammen und diskutieren sie im letzten Abschnitt.

## I. Das Sonnenmodell.

### 1. Temperaturschichtung. Gewichtsfunktionen.

Wir legen unseren Rechnungen die Temperaturschichtung nach K. H. BÖHM (1954) — mit geringfügigen Modifikationen — zugrunde. Das BÖHMSche Modell wurde mit Hilfe der Theorie des nichtgrauen Strahlungsgleichgewichts gewonnen. Es stimmt in den optischen Tiefen  $\tau_0 > 0.2$  ( $\tau_0$  bezogen auf  $\lambda 5010$ ) nahezu mit dem bisherigen empirischen — nach BARBIER (1946) neu reduziert von E. BÖHM-VITENSE (1954) — überein und liefert in den oberflächennahen Schichten einen starken Temperaturabfall. In dieser Hinsicht werden sich also unsere Rechnungen beträchtlich gegenüber bisherigen unterscheiden. Für die Tiefen  $\tau_0 > 1.0$  modifizieren wir das — rein theoretische — Modell, indem wir die mit der Beobachtung im Einklang befindliche Schichtung nach BÖHM-VITENSE (1954) verwenden; doch handelt es sich nur um

geringfügige Änderungen, für  $\tau_0 = 1.0$  stimmen beide Schichtungen überein (vgl. Abb. 1). Über allgemeine Fragen bezüglich der Sonnenmodelle vgl. auch A. UNSÖLD (1953), E. BÖHM-VITENSE (1954) und

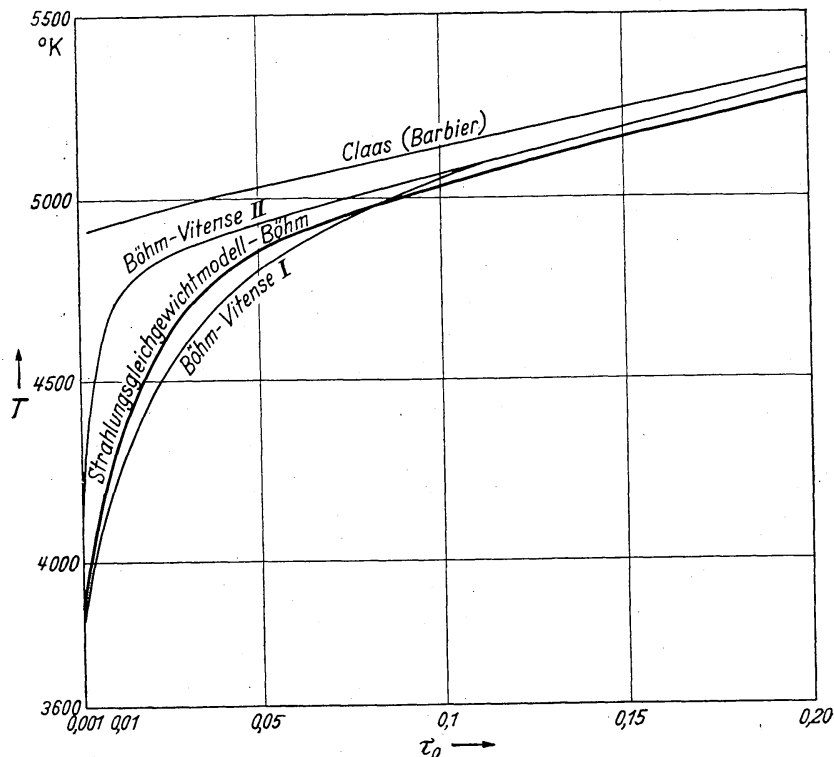


Abb. 1. Temperaturverlauf in der äußeren Photosphäre.

K. H. BÖHM (1954). Temperaturinhomogenitäten wurden nicht berücksichtigt.

Als erstes berechnen wir die Gewichtsfunktionen  $g_1(\tau_\lambda, \vartheta)$  für „wahre Absorption“ und Sonnenmitte  $\vartheta = 0$ :

$$g_1(\tau_\lambda) = \frac{\int_{\tau_\lambda}^{\infty} B(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda - B(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda}}{\int_0^{\infty} B(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda}.$$

$B$  = Kirchhoff-Planck-Funktion,

$\tau_\lambda$  = optische Tiefe im Kontinuum.

Im einzelnen: Mit  $T(\tau_0)$ ,  $\log P_e$  und  $\log P_g$  (Elektronen- und Gasdruck) nach BÖHM (1954) entnehmen wir  $\log \kappa_\lambda / \kappa_0$  den Tafeln von E. VITENSE (1951). Durch graphische Integration erhalten wir  $\tau_\lambda(\tau_0)$ . Argument:  $\log \lambda$  von 3.60

Tabelle 1.

Temperaturschichtung

$T(\tau_0)$  und  $\Theta = \frac{5040}{T}$

| $\tau_0$ | $T(\tau_0)$ | $\Theta(\tau_0)$ |
|----------|-------------|------------------|
| 0.0      | 3400        |                  |
| 0.001    | 3875        | 1.300            |
| 0.005    | 4090        | 1.232            |
| 0.01     | 4295        | 1.174            |
| 0.03     | 4700        | 1.073            |
| 0.05     | 4855        | 1.038            |
| 0.1      | 5030        | 1.003            |
| 0.2      | 5280        | 0.955            |
| 0.3      | 5470        | 0.922            |
| 0.5      | 5805        | 0.868            |
| 0.7      | 6070        | 0.830            |
| 1.0      | 6400        | 0.785            |
| 1.5      | 6825        | 0.738            |
| 2.0      | 7180        | 0.702            |
| 2.5      | 7480        | 0.674            |

8\*

bis 4.00 im Abstand 0.05. Hierfür erhalten wir  $T(\tau_\lambda)$ . Die Gewichtsfunktion erhält die Form

$$g_1(\tau_\lambda) = \frac{\int_0^\xi \bar{B}(\xi) d\xi - \xi \bar{B}(\xi)}{\int_0^1 \bar{B}(\xi) d\xi} \quad \text{mit} \quad \bar{B} = \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad \text{und} \quad \xi = e^{-\tau_\lambda}$$

( $c_2$ : Strahlungskonstante)

$\bar{B}$  erhält man z. B. aus den Tafeln von EMDE (1948). In Abb. 2 ist der Verlauf von  $\bar{B}$  als Funktion von  $\xi$  skizziert.  $g_1[\tau_\lambda(\xi)]$  stellt dann, wie man aus obiger Gleichung sofort entnimmt, den Quotienten der schraffierten zur Gesamtfläche dar.

Wir beziehen uns bei allen folgenden Rechnungen auf die optische Tiefe  $\tau_0$  und schreiben daher die Gewichtsfunktionen entsprechend

$$g'(\tau_0) = g_1[\tau_\lambda(\tau_0)]$$

[vgl. CLAAS (1951)] um. Tab. 2 gibt die Ergebnisse.

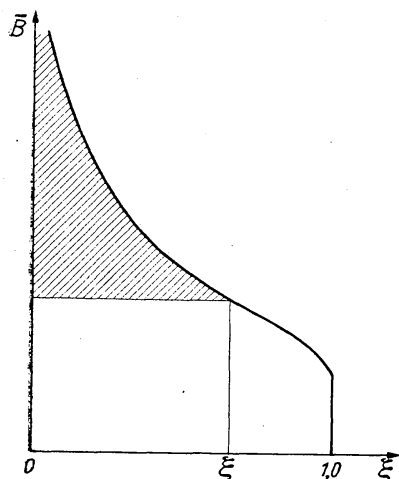


Abb. 2. Charakteristischer Verlauf der Funktion  $\bar{B}$ . Schraffiert: Zähler der Gewichtsfunktion.

Tabelle 2. Gewichtsfunktionen  $g'(\tau_0) = g_1[\tau_\lambda(\tau_0)]$  für Sonnenmitte.

| $\log \lambda$<br>[Å]<br>$\tau_0$ | 3.58 <sup>1</sup> | 3.60  | 3.65  | 3.70  | 3.75  | 3.80  | 3.85  | 3.90  | 3.95  | 4.00  |
|-----------------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0                               | 0.990             | 0.988 | 0.978 | 0.965 | 0.945 | 0.920 | 0.893 | 0.863 | 0.834 | 0.786 |
| 0.001                             | .983              | .978  | .963  | .946  | .916  | .886  | .853  | .812  | .800  | .757  |
| 0.005                             | .968              | .963  | .943  | .916  | .883  | .844  | .803  | .760  | .737  | .722  |
| 0.01                              | .951              | .945  | .917  | .883  | .845  | .802  | .753  | .707  | .683  | .667  |
| 0.03                              | .906              | .892  | .851  | .795  | .738  | .682  | .626  | .576  | .550  | .524  |
| 0.05                              | .875              | .859  | .807  | .750  | .692  | .632  | .574  | .524  | .495  | .468  |
| 0.1                               | .832              | .811  | .757  | .696  | .622  | .570  | .508  | .461  | .417  | .388  |
| 0.2                               | .771              | .747  | .680  | .617  | .548  | .479  | .425  | .370  | .341  | .319  |
| 0.3                               | .716              | .689  | .614  | .556  | .480  | .411  | .351  | .306  | .285  | .276  |
| 0.5                               | .617              | .585  | .504  | .438  | .367  | .307  | .253  | .215  | .195  | .189  |
| 0.7                               | .528              | .495  | .408  | .347  | .281  | .228  | .183  | .154  | .141  | .136  |
| 1.0                               | .427              | .387  | .305  | .245  | .194  | .152  | .115  | .091  | .088  | .086  |
| 1.5                               | .291              | .260  | .189  | .145  | .107  | .077  | .055  | .044  | .042  | .040  |
| 2.0                               | .202              | .175  | .118  | .088  | .065  | .038  | .030  | .020  | .022  | .023  |
| 2.5 <sup>2</sup>                  | .135              | .107  | .078  | .056  | .039  | .018  | .010  | .008  | .012  | .020  |

<sup>1</sup> Dieser Eingang wurde gewählt, da jenseits der Balmergrenze keine Interpolation mehr möglich ist.

<sup>2</sup> Die Angaben der letzten Zeile sind relativ unsicher.

## 2. Das Häufigkeitsverhältnis Wasserstoff/Metalle in der Sonnenatmosphäre.

Für die Berechnung des Gas- und Elektronendruckes ist die Kenntnis des Verhältnisses Wasserstoff: Metalle erforderlich. A. ROSA (1948) nahm dies für die Berechnung ihrer Tabellen über den Zusammenhang von Temperatur, Gas- und Elektronendruck zu 4500—5000 ( $\log A = 3.7$ ) an, während CLAAS (1951) seiner Sonnenanalyse den Wert 8000 entsprechend  $\log A = 3.90$  nach STRÖMGREN (1940) zugrunde legt. CLAAS prüft seine Ergebnisse auf diese Annahme hin nach und findet schließlich  $\log A = 3.95$ . Es zeigt sich hier, daß der Übergang von den Methoden der Grobanalyse zur Feinanalyse und damit die Berücksichtigung des Temperaturabfalles der höheren Schichten eine Herabsetzung der Häufigkeiten der Metalle nach sich zieht.

Die Häufigkeiten der Metalle wurden zumeist aus den schwachen Linien neutraler Atome bestimmt. Gegenüber der Grobanalyse bewirkt nun die Berücksichtigung der Zunahme neutraler Atome auf Grund des Temperaturabfalls in den Schichten oberhalb des Bezugsniveaus der Grobanalyse, daß eine geringere Häufigkeit zur Erklärung der beobachteten Äquivalentbreiten ausreicht.

Auf Grund dieser Tatsache müssen wir erwarten, daß die Verwendung eines Modells mit starker Temperaturerniedrigung in den oberen Schichten, wie im vorliegenden Fall, diesen Effekt noch verstärkt. Es erschien daher zweckmäßig, die Metallhäufigkeit erneut zu überprüfen.

Wir werden die Häufigkeiten von Na, Al, Ca, Mg und Fe bestimmen. Die ersten drei Elemente eignen sich besonders auf Grund ihres hohen Ionisationsgrades, demzufolge die gewonnenen Ergebnisse unabhängig vom Elektronendruck (vgl. unten) sind und so den Einfluß der Temperaturschichtung allein erkennen lassen; die Überprüfung der Häufigkeiten von Mg und Fe ist erforderlich, weil diese häufigsten unter den Metallen den Hauptanteil der Elektronen liefern, und sie somit wesentlich den Elektronendruck bestimmen.

Wir benutzen zur Bestimmung der Häufigkeiten die theoretischen Wachstumskurven von A. UNSÖLD — nach der Neuauflage seines Buches „Physik der Sternatmosphären“ (in Vorbereitung). Hierbei wird das Linienprofil durch eine Interpolationsformel dargestellt [vgl. auch G. TRAVING (1954)].

Die Wachstumskurven stellen  $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$  ( $W_\lambda$  Äquivalentbreite,  $\Delta \lambda_D$  Dopplerbreite,  $1 - R_c$  Restintensität) als Funktion von

$$\log C = \log \frac{1}{R_c} \cdot \frac{2 \pi^{3/2} e^2}{m c \Delta \omega_D} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\Sigma \varepsilon_i} \cdot f \cdot \int_0^\infty \frac{n_{r,s}}{\Sigma n_r} \cdot \frac{g'(\tau_0)}{\kappa_0^+} d\tau_0$$

dar. [ $f$  Oszillatorenstärke;  $\frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  Häufigkeit des  $i$ -ten Elementes (bezogen auf alle Elemente);  $e, m, c$  Naturkonstanten;  $\frac{n_{r,s}}{\sum n_r}$  Besetzungszahl im  $r$ -ten Ionisationszustand, im  $s$ -ten Niveau (bezogen auf alle Atome des betreffenden Elementes);  $\kappa_0^+$  kontinuierlicher Absorptionskoeffizient pro „schweres Teilchen“.  $\Delta\omega_D = 2\pi\Delta\lambda_D \cdot \lambda^{-2} \cdot c$ ] Parameter der Kurvenschar ist  $\alpha = \frac{\gamma}{2\Delta\omega_D}$ ;  $\gamma$ : Dämpfungskonstante.

Die *Auswahl* der Linien erfolgte unter Benutzung des *Utrechter Sonnenatlas* (1940), des *Atlas des Infrarot-Spektrums des McMath-Hulbert-Observatoriums* (1950) sowie der *Revised Multiplet Table* von MOORE (1945) und der *Revised Rowland Table* (1928).

Maßgebend waren: 1. Verfügbare Oszillatorenstärken, 2. Zugänglichkeit des Spektralbereichs und 3. Qualität und Quantität der Äquivalentbreiten.

Bezüglich der Oszillatorenstärken wurden alle Möglichkeiten ausgeschöpft. In den folgenden *Tabellen* ist in der Spalte  $\log gf$  unter „Ref.“ die Herkunft jeweils durch einen kleinen Buchstaben gekennzeichnet.

Der Spektralbereich blieb auf  $\lambda > 4000 \text{ \AA}$  beschränkt.

Die Äquivalentbreiten wurden bevorzugt dem *Atlas* entnommen. An erster Stelle erscheinen daher die Angaben von CLAAS (1951), soweit die Linien auch von ihm verwendet wurden. An zweiter Stelle erscheinen die Messungen von ALLEN (1934, 1936, 1938).

Bevorzugt wurden Linien, die im linearen Bereich der Wachstumskurven liegen.

In der sechsten Spalte der Tabellen ist das Ergebnis der *Rechnung* angegeben:

$$\log 9,4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{R_c} \cdot \frac{1}{\Delta\omega_D} \cdot \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot \int_0^\infty \frac{n_{r,s}}{\sum n_r} \cdot \frac{g'(\tau_0)}{\kappa_0^+} \cdot d\tau_0.$$

[Wir beziehen uns auf den ganzen Term, daher mußte das  $f$  des obigen Ausdrucks durch  $\frac{g_L f_L}{g_{r,s}}$  ( $L$ : Linie) ersetzt werden. Außerdem kürzen wir im folgenden durch die Schreibweise  $\frac{n_{r,s}}{\sum n_r} = \zeta$  ab.]  $\frac{1}{g_{r,s}} \cdot \zeta$  berechneten wir in bekannter Weise nach BOLTZMANN und SAHA; die Zustandssummen wurden von CLAAS (1951) übernommen und nötigenfalls zu tieferen Temperaturen extrapoliert. Den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten erhalten wir aus den Tafeln von E. VITENSE (1951). Dieser ist dem Elektronendruck nahezu proportional, ebenso ist es aber bei den weitgehend ionisierten Metallen mit der Zahl der neutralen Atome und damit auch mit ihren Besetzungszahlen, so daß sich in diesem Falle der Elektronendruck herauskürzt.



Metallhäufigkeiten, Druckschichtung, Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre. 107

Die Einsenkung in der Linienmitte  $R_c$  ist identisch mit der Gewichtsfunktion  $g_1(0)$  an der Oberfläche und wird der Tab. 2 entnommen.

Die Dopplerbreite ist nur wenig tiefenabhängig, sie wird an der Stelle  $\tau_{0,s}$  (achte Spalte), Schwerpunkt des Integrals  $\int \frac{\xi g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$  nach der Formel  $\Delta\lambda_D = \sqrt{\frac{2RT}{\mu} + 2.25 \cdot \frac{\lambda}{c}}$  berechnet; dabei ist eine konstante Turbulenzgeschwindigkeit von 1.5 km/sec vorausgesetzt.

Die siebente Spalte gibt  $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta\lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ . Wir tragen diese Größe gegen  $\log C - \log \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  auf durchsichtigem Millimeterpapier auf und bestimmen die Häufigkeiten durch Aufschieben auf die theoretischen Wachstumskurven. Über  $\log C = 0$  lesen wir direkt  $-\log \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  ab. Um den Grad der Willkür bei der Festlegung aufzuzeigen, fügen wir jeder Tabelle die gezeichneten Wachstumskurven bei. Die Fehlergrenzen bei den Ergebnissen sind danach geschätzt.

Es folgen zunächst die Angaben über Herkunft der Oszillatorenstärken und Äquivalentbreiten.

*Oszillatorenstärken.* a) BATES and DAMGAARD: Phil. Trans. Roy. Soc. **242**, 101 (1949). — b) RIGHINI: Z. Astrophysik **10**, 344 (1935). — c) Wasserstoffähnliche Übergänge, nach LANDOLT-BÖRNSTEIN, 6. Aufl. I. Band, 1. Teil, S. 260. Springer-Verlag 1950. — d) BIERMANN u. LÜBECK: Z. Astrophysik **25**, 325 (1948). — e) GOTTSCHALK: Astrophysic. J. **108**, 326 (1948). — f) TREFFTZ: Z. Astrophysik **28**, 67 (1950); **29**, 287 (1951). — g) TREFFTZ u. BIERMANN: Z. Astrophysik **30**, 275 (1952). — h) GREEN, WEBER and KRAWITZ: Astrophysic. J. **113**, 690 (1951). — i) HARTREE and HARTREE: Proc. Roy. Soc. London (A) **177**, 329 (1941). — k) KING and KING: Astrophysic. J. **87**, 24 (1938) (Absorption). — l) HILL u. KING: J. Opt. Soc. Amer. **41**, 315 (1951) (Absorption). — m) CARTER: Physic. Rev. **76**, 962 (1949) (Emission). n) FRERICHS: Ann. Physik **81**, 807 (1926). — o) v. MILAAN: Z. Physik **34**, 921 (1925); **38**, 427 (1926). — p) KERSTEN u. ORNSTEIN: Physica **8**, 1124 (1941). — q) PROKOFIEW: Z. Physik **50**, 701 (1928) (anomale Dispers). — r) SCHUTTEVAER, BONT u. v. D. BROEK: Physica **10**, 544 (1943). — s) Theoretische Intensitäten unter Voraussetzung von LS-Kopplung. Nach den Tafeln von GOLDBERG und RUSSELL. GOLDBERG: Astrophysic. J. **82**, 1 (1935). — RUSSELL: Astrophysic. J. **83**, 129 (1936). a)—i): Quantenmechanische Rechnung; k)—m): Messungen im KINGSchen Ofen; n)—r): (mit Ausnahme q) Emissionsmessungen im Bogen.

*Äquivalentbreiten.* An erster Stelle: CLAAS (1951), Atlas (1940) sowie für  $\lambda\lambda$  6600—8700 die auf dem Atlas basierenden Angaben des Utrechter „Photometric Catalogue of Fraunhofer Lines“. Rech. Astr. Obs. Utrecht XII, Part 2 (1951).

An zweiter Stelle: C. W. ALLEN

für  $\lambda\lambda$  3924—4300: Mem. Com. Sol. Obs. Canberra Nr. 6 (1938),

für  $\lambda\lambda$  4300—6600: Mem. Com. Sol. Obs. Canberra Nr. 5 (1934),

für  $\lambda\lambda$  6600—8900: Monthly Notices **96**, 843 (1936),

für  $\lambda\lambda$  8800—11830: Astrophysic. J. **88**, 125 (1938).

Wir wenden uns nunmehr den Ergebnissen zu:

Tabelle 3. (Zu Wachstumskurve Na.)

| Nr.<br>MOORE | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang                                 | $\Delta j$<br>$\lambda_{o,s}$ [eV]     | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref. | $\log C -$<br>$\log \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{o,s}$ |
|--------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|----------------|------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| 5            | 6160.759                                                    | $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$              | 41, 49                     | 0.81—2         | a    | 5.98                                                          | 0.64—1, 0.72—1                                                  | 0.17         |
|              | 6154.235<br>3 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> —5 <sup>2</sup> S | $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$<br>2.10      | 25, 35                     | 0.71—2         | b    | 5.88                                                          |                                                                 |              |
|              |                                                             |                                        |                            | 0.51—2         | a    | 5.68                                                          |                                                                 |              |
|              |                                                             |                                        |                            | 0.41—2         | b    | 5.58                                                          |                                                                 |              |
| 8            | 5148.846                                                    | $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$              | 10, 10                     | 0.94—3         | a    | 5.07                                                          | 0.09—1, 0.09—1                                                  | 0.18         |
|              | 3 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> —6 <sup>2</sup> S             | 2.10                                   |                            | 0.93—3         | b    |                                                               |                                                                 |              |
|              |                                                             |                                        |                            |                |      |                                                               |                                                                 |              |
| 11           | 4751.829                                                    | $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$              | 9.5, 7                     | 0.83—3         | a    | 5.03                                                          | 0.10—1, 0.97—2                                                  | 0.18         |
|              | 4747.984<br>3 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> —7 <sup>2</sup> S | $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$<br>2.10      | 6, 4                       | 0.83—3         | b    |                                                               |                                                                 |              |
|              |                                                             |                                        |                            | 0.53—3         | a    | 4.73                                                          |                                                                 |              |
|              |                                                             |                                        |                            | 0.53—3         | b    |                                                               |                                                                 |              |
| 15           | 4497.682                                                    | $\frac{3}{2}-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$ | 23, 18                     | 0.25—2         | a    | 5.27<br>5.82                                                  | 0.50—1, 0.40—1                                                  | 0.18         |
|              | 3 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> —7 <sup>2</sup> D             | 2.10                                   |                            | 0.80—2         | c    |                                                               |                                                                 |              |

Die Wachstumskurve (abgekürzt: WK) ist verhältnismäßig gut festgelegt. Es ist zu erwarten, daß die  $f$ -Werte nach BATES u. DAMGAARD

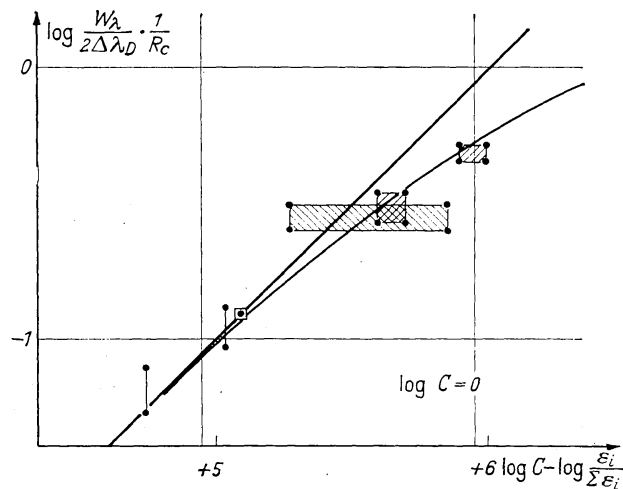


Abb. 3. Wachstumskurve Na.

auf  $\pm 10\%$  genau sind. Für die Serie  $3p$ — $ns$  stimmen sie gut mit denen von RIGHINI (nach Bogenmessungen von ORNSTEIN und KEY) überein. Für  $3p$ — $7d$  mußten die Tabellen von BATES u. DAMGAARD extrapoliert werden, daher ist diesem Wert kein Gewicht beizumessen.



Nach Angaben von BIERMANN u. LÜBECK (Ref. d) ist bei  $f$ -Werten kleiner als 0.01 ein Fehler von 0.2—0.3 im log zu erwarten. Ein zweiter Wert wurde wasserstoffähnlich gerechnet (für  $n_{eff} = 2.11$  und 7.0 nach LANDOLT-BÖRNSTEIN interpoliert).

Bei der Festlegung der WK wurde  $\lambda$  5184 bevorzugt, weil hierfür  $f$ -Werte und Äquivalentbreiten am besten übereinstimmen. Es ergibt sich

$$\log \frac{\epsilon_{Na}}{\sum \epsilon_i} = -5.95 \pm 0.15.$$

Tabelle 4a. (Zu Wachstumskurve Mg.)

| MOORE | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang           | $\Delta j$<br>$\lambda_{o,s}$ | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$   | Ref.   | $\log C -$<br>$\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{o,s}$ |
|-------|---------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|------------------|--------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| 1     | 4571.096<br>$3^1S-3^3P^0$             | 0—1<br>0.00                   | 103 101                    | 0.37—6           | p      | 5.99                                                    | +0.17                                                           | 0.02         |
| 7     | 8806.7<br>$3^1P^0-3^1D$               | 1—2<br>4.33                   | 535 495                    | 0.29<br>0.98—1   | a<br>f | 7.44<br>7.13                                            | +0.65, +0.63                                                    | 0.16         |
| 9     | 5528.4<br>$3^1P^0-4^1D$               | 1—2<br>4.33                   | 328 291                    | 0.91—2<br>0.68—1 | f<br>p | 5.78<br>6.55                                            | +0.54, +0.51                                                    | 0.18         |
| 0     | 4730.028<br>$3^1P^0-6^1S$             | 1—0<br>4.33                   | 58 47                      | 0.97—3           | a      | 5.01                                                    | 0.90—1,<br>0.81—1                                               | 0.18         |
| 1     | 4702.99<br>$3^1P^0-5^1D$              | 1—2<br>4.33                   | 365 336                    | 0.95—2<br>0.72—1 | f<br>p | 5.89<br>6.66                                            | +0.70, +0.67                                                    | 0.18         |
| 2     | 7657.60<br>$4^3S-5^3P^0$              | 1—2<br>5.09                   | 142 113 <sup>2)</sup>      | 0.07—1<br>0.23—1 | f<br>a | 5.45<br>5.61                                            | +0.11, +0.01                                                    | 0.2          |
| 3     | 6965.42<br>$3^1D-11^1F$               | 2—3<br>5.73                   | 25                         | 0.14—1           | c      | 4.91                                                    | 0.38—1                                                          | 0.3          |
| 6     | 9993.7 <sup>1)</sup><br>$4^3P^0-7^3S$ | 2—1<br>7.14                   | 29                         | 0.47—2           | a      | 4.11                                                    | 0.35—1                                                          | 0.3          |

Tabelle 4b. (Mg II.)

| MOORE | $\lambda$            | Übergang      | $\Delta j$                                                 | $W_\lambda$ Atlas                                          | $\log g_L f_L$ | Ref.                                                         | $\log C -$<br>$\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{o,s}$ | $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ |
|-------|----------------------|---------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------------------|
| 4     | 4481.327<br>4481.129 | $3^2D - 4^2F$ | $\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$<br>$\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$ | $\left. \begin{matrix} 40 \\ 65 \end{matrix} \right\}$ 105 | 0.98           | $\left. \begin{matrix} 0.75 \\ 0.58 \end{matrix} \right\}$ d | 5.54<br>5.37                                            | 0.72—1<br>0.93—1                                                | 1.4          | -5.60<br>-5.10                            |

<sup>1</sup> Identifikation fraglich, vgl. Astrophysic. J. 109, 40 (1949).

<sup>2</sup> Ebenfalls Atlas-Wert; nach Utrechter Photom. Katalog von der Originalplatte.

Die Unsicherheit der  $f$ -Werte ist beträchtlich. An der Serie 3P—nD erkennen wir, daß die TREFFTZschen quantenmechanisch berechneten  $f$ -Werte im allgemeinen nicht besser sind als die nach BATES u. DAMGAARD. Für 3P—4D und 3P—5D ergeben diese Tabellen starke Inter-

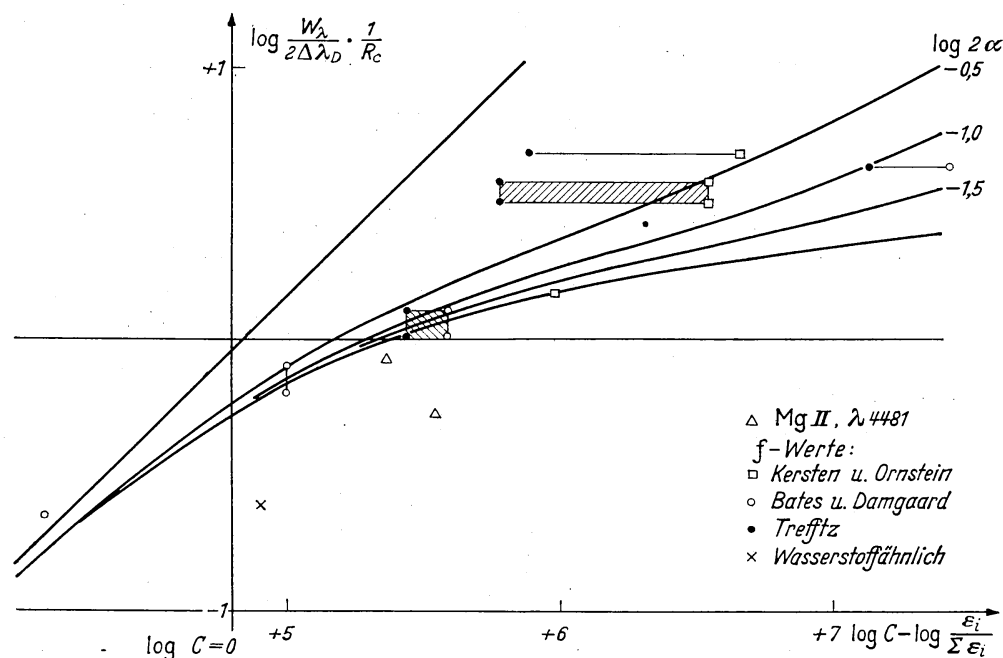


Abb. 4. Wachstumskurve Mg.

ferenz, daher versteht man auch, daß die nur einen Grad komplizierter gerechneten Werte von TREFFTZ ebenfalls unzuverlässig sind, so daß wir hier die von KERSTEN u. ORNSTEIN gemessenen und von TREFFTZ angeschlossenen Werte bevorzugen. Die Angaben nach BATES u. DAMGAARD dürften hier etwas weniger zutreffen als bei Na, da es sich um ein Zweielektronensystem handelt; dennoch scheint sich eine WK abzuzeichnen, nach der wir uns festlegen auf

$$\log \frac{\epsilon_{Mg}}{\sum \epsilon_i} = -4.80 \pm 0.3.$$

Tabelle 5. (Zu Wachstumskurve Al.)

| Nr.<br>(MOORE) | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang                    | $\Delta j$<br>$\lambda_{0,s} [eV]$ | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref. | $\log C - \log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{0,s}$ |
|----------------|------------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------|----------------|------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| 5              | 6695.97                                        | $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$        | 33                         | 0.65—2         | d    | 5.67                                               | 0.54—1                                                          | 0.2          |
|                | 6698.63                                        | $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$        | 21                         | 0.35—2         |      | 5.37                                               | 0.35—1                                                          |              |
|                | 4 <sup>2</sup> S—5 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> | 3.13                               |                            |                |      |                                                    |                                                                 |              |
| 6              | 5557.08                                        | $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$        | 7 4.7                      | 0.90—3         | d    | 4.93                                               | 0.75—2                                                          | 0.2          |
|                | 4 <sup>2</sup> S—6 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> | 3.13                               | (CLAAS)                    |                |      |                                                    |                                                                 |              |

Tabelle 5. (Fortsetzung.)

| Nr.<br>MOORE | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang       | $\Delta j$<br>$x_{0,s}$ [eV] | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref. | $\log C - \log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{0,s}$ |
|--------------|-----------------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------|------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| 9            | 8773.91                           | $\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$  | 105, 99                    | 0.01           |      | 6.16                                               | 0.00, 0.93—1                                                    | 0.25         |
|              | 8772.88                           | $\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$  | 75, 70                     | 0.83—1         | a    | 5.98                                               | 0.81—1, 0.78—1                                                  |              |
|              | 3 <sup>2</sup> D—5 <sup>2</sup> F | 4.00                         |                            |                |      |                                                    |                                                                 |              |
| 10           | 7836.15                           | $\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$  | 64                         | 0.67—1         | a    | 5.83                                               | 0.76—1                                                          | 0.25         |
|              | 7835.33                           | $\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$  | 42                         | 0.49—1         |      | 5.65                                               | 0.59—1                                                          |              |
|              | 3 <sup>2</sup> D—6 <sup>2</sup> F | 4.00                         |                            |                |      |                                                    |                                                                 |              |
| 11           | 7362.31                           | $\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$  | 43                         | 0.52—1         | a    | 5.70                                               | 0.62—1                                                          | 0.25         |
|              | 7361.59                           | $\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$  | 31                         | 0.34—1         | a    | 5.52                                               | 0.48—1                                                          |              |
|              | 3 <sup>2</sup> D—7 <sup>2</sup> F | 4.00                         |                            |                |      |                                                    |                                                                 |              |

Für Aluminium ist die WK erstaunlich gut definiert. Man beobachte die gute Übereinstimmung der von BIERMANN u. LÜBECK gerechneten

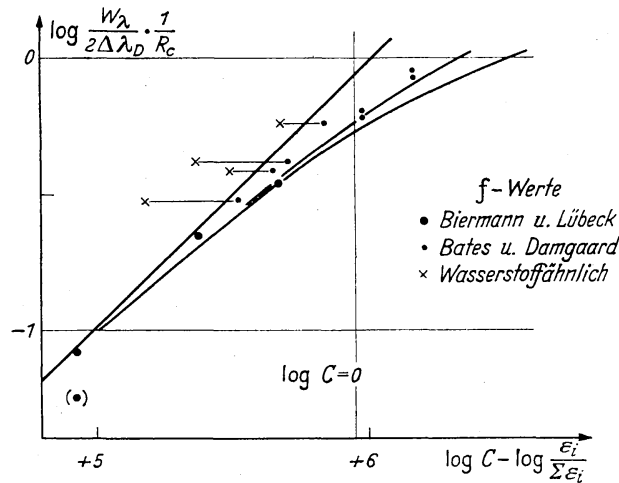


Abb. 5. Wachstumskurve Al.

f-Werte mit denen nach BATES u. DAMGAARD. Man sieht bei der Serie 3d—nf deutlich den Fortschritt gegenüber wasserstoffähnlicher Rechnung

Es ergibt sich

$$\log \frac{\epsilon_{Al}}{\sum \epsilon_i} = -5.95 \pm 0.15.$$

Tabelle 6. (Zu Wachstumskurve Ca.)

| Nr.<br>MOORE | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang                     | $\Delta j$<br>$x_{0,s}$ [eV] | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref. | $\log C - \log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{0,s}$ | $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ |
|--------------|-------------------------------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------|------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------------------|
| 1            | 6572.781                                        | 0—1                          | 25.6, 33                   | 0.65—5         | q, f | +5.95                                              | 0.50—1, 0.61—1                                                  | 0.02         | —6.30                                     |
|              | 4 <sup>1</sup> S—4 <sup>3</sup> P <sup>0</sup>  | 0.00                         |                            | 0.85—5         | q, i | +6.25                                              |                                                                 |              |                                           |
| 4            | 4456.612                                        | 2—1                          | 77.4, 74.5                 | 0.19—2         | a    | +6.26                                              | 0.11, 0.09                                                      | 0.10         | —5.68                                     |
|              | 4 <sup>3</sup> P <sup>0</sup> —4 <sup>3</sup> D | 1.89                         |                            | 0.41—3         | r    | +5.48                                              |                                                                 |              |                                           |

Tabelle 6. (Fortsetzung.)

| Nr.<br>MOORE | $\lambda_{Lab}$<br>Übergang                                 | $\Delta j$<br>$\lambda_{0,s}$ [eV] | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref. | $\log C - \log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{0,s}$ | $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ |
|--------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------|----------------|------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------------------|
| 44           | 7326.146<br>4 <sup>1</sup> P <sup>0</sup> -4 <sup>1</sup> D | 1—2<br>2.92                        | 137                        | 0.36           | a    | +7.44                                              | 0.18                                                            | 0.14         | —6.50                                     |
| 48           | 5512<br>4 <sup>1</sup> P <sup>0</sup> -6 <sup>1</sup> S     | 1—0<br>2.92                        | 92, 82                     | 0.60—2         | a    | +5.67                                              | 0.15, 0.10                                                      | 0.19         | —5.00                                     |
| 49           | 5188<br>4 <sup>1</sup> P <sup>0</sup> -5 <sup>1</sup> D     | 1—2<br>2.92                        | 101                        | 0.56           | a    | +7.64                                              | 0.16                                                            | 0.20         | —6.75                                     |
| 50           | 4847.296<br>4 <sup>1</sup> P <sup>0</sup> -7 <sup>1</sup> S | 1—0<br>2.92                        | 22.1, 21                   | 0.15—2         | a    | +5.20                                              | 0.53—1, 0.51—1                                                  | 0.20         | —5.53                                     |
| 51           | 4685.265<br>4 <sup>1</sup> P <sup>0</sup> -6 <sup>1</sup> D | 1—2<br>2.92                        | 55.3, 47                   | 0.01—1         | a    | +6.05                                              | 0.94—1, 0.87—1                                                  | 0.20         | —5.80                                     |

Bei Ca ist das Ergebnis dürftig. Es handelt sich um ein Zweielektronensystem, BATES u. DAMGAARDs Tabellen sollten gerade noch anwendbar sein, jedoch sind nur sehr wenige Linien vorhanden, die in

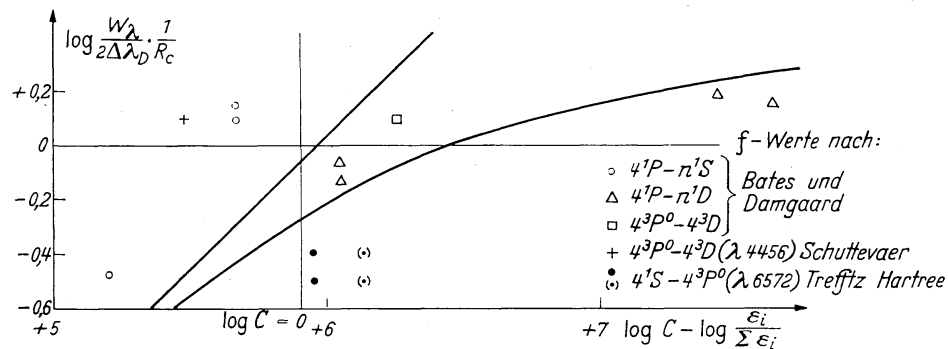


Abb. 6. Wachstumskurve Ca.

deren Bereich fallen. Das Spektrum wurde hierbei nach MOORE vollständig durchmustert. Da die Meßpunkte stark streuen, wurden alle Linien einzeln aufgeschoben und die Häufigkeit dann jeweils in einer neunten Spalte vermerkt. Das arithmetische Mittel der Logarithmen ergibt dann

$$\log \frac{\epsilon_{Ca}}{\sum \epsilon_i} = -5.91 \pm 0.3.$$

Die Interkombinationslinie wurde mittels des PROKOFIEWschen Wertes  $f_{4227}/f_{6573} = 33000$  an 4227 angeschlossen und für die letztere Linie der  $f$ -Wert nach TREFFTZ (Ref. *f*, 1951)  $f = 1.46$  angenommen. Bei Verwendung des HARTREESchen Wertes  $f = 2.25$  würde die Diskrepanz noch größer. (HARTREE: Ref. *i*.)

<sup>1</sup> Nach BATES u. DAMGAARD extrapoliert.

Tabelle 7. (Zu Wachstumskurve Fe.)

| Nr.<br>MOORE | $\lambda_{Int Lab}$<br>Übergang | $\Delta j$<br>$\chi_{0,s} [eV]$ | $W_\lambda$<br>Atlas ALLEN | $\log g_L f_L$ | Ref.    | $\log C - \log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | $\log \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} \cdot \frac{1}{R_c}$ | $\tau_{0,s}$ |
|--------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------|----------------|---------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| 1            | 5166.286                        | 4—5                             | 108, 106                   | 0.54—1         | k       | 6.74                                               | 0.23, 0.22                                                      | 0.02         |
|              | 5247.052                        | 2—3                             | 58, 58                     | 0.77—2         | m       | 5.97                                               | 0.96—1, 0.96—1                                                  |              |
|              | 5250.212                        | 0—1                             | 58, 71                     | 0.84—2         | m       | 6.04                                               | 0.96—1, 0.05                                                    |              |
|              | 5110.414                        | 4—4                             | 131, 134                   | 0.88—1         | k       | 7.08                                               | 0.31, 0.32                                                      |              |
|              | 5225.533                        | 1—1                             | 59, 66                     | 0.98—2         | m       | 6.18                                               | 0.77—1, 0.01                                                    |              |
|              | $a^5D - z^7D^0$ 0.00            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 2            | 4489.750                        | 0—1                             | 88, 89                     | 0.80—1         | k       | 6.98                                               | 0.20, 0.21                                                      | 0.02         |
|              | 4347.244                        | 4—4                             | 37, 39                     | 0.36—1         | k       | 6.54                                               | 0.83—1, 0.84—1                                                  |              |
|              | 4445.48                         | 2—2                             | 30, 36                     | 0.12—1         | m       | 6.30                                               | 0.73—1, 0.81—1                                                  |              |
|              | 4389.244                        | 3—2                             | 67, 69                     | 0.38—1         | k       | 6.56                                               | 0.08, 0.09                                                      |              |
|              | $a^5D - z^3F^0$ 0.09            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 15           | 5501.469                        | 3—4                             | 130, 128                   | 0.47           | n, k    | 6.63                                               | 0.28, 0.28                                                      | 0.05         |
|              | 5506.782                        | 2—3                             | 142, 137                   | 0.65           |         | 6.81                                               | 0.32, 0.31                                                      |              |
|              | 5497.519                        | 1—2                             | 126, 133                   | 0.55           |         | 6.71                                               | 0.27, 0.29                                                      |              |
|              | $a^5D - z^5D^0$ 0.99            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 16           | 5083.342                        | 3—3                             | 105, 103                   | 0.64           | s, k    | 6.81                                               | 0.22, 0.22                                                      | 0.05         |
|              | $a^5F - z^5F^0$ 0.99            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 36           | 5332.903                        | 3—4                             | 95, 78                     | 1.04           | m       | 6.64                                               | 0.16, 0.07                                                      | 0.07         |
|              | 5307.365                        | 2—3                             | 91, 96                     | 0.90           | m       | 6.50                                               | 0.14, 0.16                                                      |              |
|              | $a^3F - z^3F^0$ 1.60            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 66           | 5145.105                        | 2—2                             | 52, 43                     | 0.97           | s, m    | 5.87                                               | 0.91—1, 0.83—1                                                  | 0.09         |
|              | 5131.475                        | 1—1                             | 90, 77                     | 1.23           |         | 6.13                                               | 0.15, 0.08                                                      |              |
|              | $a^5P - y^5P^0$ 2.20            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 349          | 4635.846                        | 1—2                             | 47, 52                     | 0.40—3         | e       | 3.37                                               | 0.96—1, 0.00                                                    | 0.12         |
|              | $b^3P - y^5S^0$ 2.83            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 354          | 4126.88                         | 1—0                             | 40, 28                     | 0.15—2         | e       | 4.16                                               | 0.88—1, 0.73—1                                                  | 0.12         |
|              | $b^3P - u^5D^0$ 2.83            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 357          | 4114.449                        | 2—2                             | 110, 93                    | 0.97           | e, s    | 6.98                                               | 0.32, 0.25                                                      | 0.15         |
|              |                                 |                                 |                            | 0.98—1         | e       | 5.99                                               |                                                                 |              |
|              | 4091.561                        | 2—1                             | 64, 58                     | 0.78—1         | e, s    | 5.81                                               | 0.08, 0.04                                                      |              |
|              | $b^3P - w^3D^0$ 2.83            |                                 |                            | 0.47—2         | e       | 4.50                                               |                                                                 |              |
|              |                                 |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 553          | 5253.479                        | 1—1                             | 74, 85                     | 2.38           | n, m    | 6.19                                               | 0.05, 0.11                                                      | 0.18         |
|              | $z^5D^0 - e^5D$ 3.25            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 686          | 5576.097                        | 1—0                             | 131, 127                   | 3.11           | s, n, m | 6.73                                               | 0.27, 0.26                                                      | 0.18         |
|              | $z^5F^0 - e^5D$ 3.42            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 816          | 6246.334                        | 3—3                             | 112, 131                   | 3.24           | s, o, m | 6.65                                               | 0.17, 0.24                                                      | 0.19         |
|              | 6301.515                        | 2—2                             | 119, 114                   | 3.28           |         | 6.69                                               | 0.19, 0.18                                                      |              |
|              | 6336.835                        | 1—1                             | 116, 100                   | 3.16           |         | 6.57                                               | 0.18, 0.12                                                      |              |
|              | 6232.661                        | 2—1                             | 80, 81                     | 2.78           |         | 6.19                                               | 0.02, 0.03                                                      |              |
|              | 6302.507                        | 1—0                             | 82, 79                     | 2.85           |         | 6.26                                               | 0.04, 0.02                                                      |              |
|              | $z^5P^0 - e^5D$ 3.65            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |
| 1107         | 5762.992                        | 2—3                             | 101, 91                    | 3.57           | s, m    | 6.45                                               | 0.16, 0.12                                                      | 0.20         |
|              | 5753.136                        | 1—2                             | 87, 84                     | 3.30           | (553)   | 6.18                                               | 0.09, 0.08                                                      |              |
|              | 5717.845                        | 0—1                             | 66, 63                     | 2.95           |         | 5.83                                               | 0.98—1, 0.96—1                                                  |              |
|              | 5618.646                        | 2—2                             | 42, 48                     | 2.83           |         | 5.71                                               | 0.78—1, 0.84—1                                                  |              |
|              | $z^3P^0 - e^3D$ 4.21            |                                 |                            |                |         |                                                    |                                                                 |              |

Die WK ist gut festgelegt, obgleich es sich um Linien verschiedenen Anregungspotentials und um verschiedene Herkunft der  $f$ -Werte handelt. Die  $f$ -Werte nach GOTTSCHALK erweisen sich als unzulänglich. Für die mit S bezeichneten Linien wurden  $f$ -Werte mit Hilfe der Summenregeln

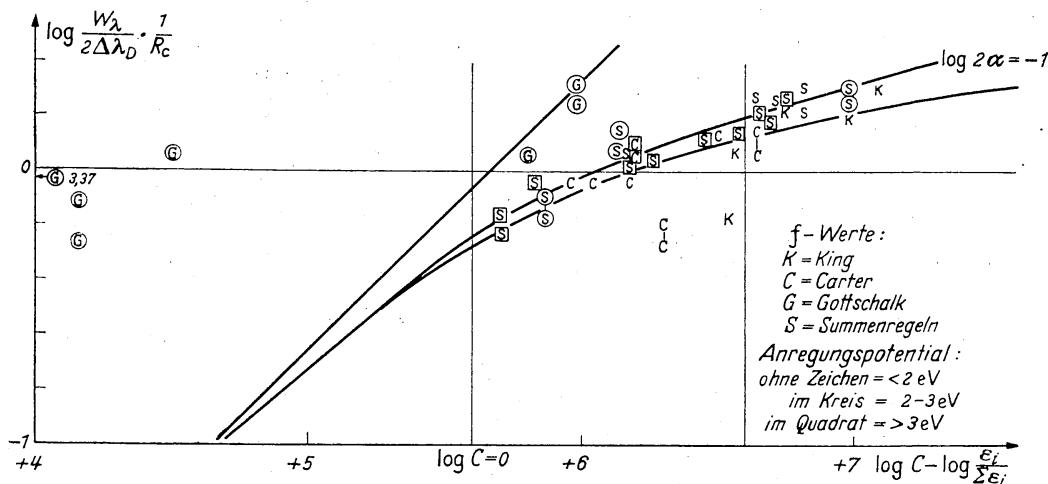


Abb. 7. Wachstumskurve Fe.

(nach den Tabellen von RUSSELL und GOLDBERG) bestimmt. Entsprechend den Feststellungen von MILAAN und FRERICHs, daß für die Linien der Hauptdiagonale der Multipletts die beobachteten Relativ-Intensitäten gut mit den nach der Theorie zu erwartenden übereinstimmen, zogen wir nur ebensolche zur Auswertung heran. Sie fügen sich erstaunlich gut der Wachstumskurve ein.

Die Häufigkeit ergibt sich, je nach Verwendung des Absolutfaktors der  $f$ -Werte nach KING (1942) oder KOPFERMANN u. WESSEL (1951) zu

$$\log \frac{\epsilon_{\text{Fe}}}{\sum \epsilon_i} = -5.07 \pm 0.1 \text{ bzw. } -5.60 \pm 0.1$$

Tabelle 8. Vergleich mit den Häufigkeiten von CLAAS (1951).

| Element | $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ | desgl. nach CLAAS<br>Tabelle 26 |
|---------|-------------------------------------------|---------------------------------|
| Na      | -5.95                                     | -5.75                           |
| Mg      | -4.80                                     | -4.51                           |
| Al      | -5.95                                     | -5.91                           |
| Ca      | -5.91                                     | -5.62                           |
| Fe      | -5.07                                     | -4.46                           |

$\log \bar{A}$  (nach CLAAS, Tab. 26) korrespondiert  $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i} + 0.08$ , entsprechend unserem Verhältnis H: He wie 5:1.

### 3. Vergleich mit den Ergebnissen von W. J. CLAAS (1951).

Wir stellen in der nebenstehenden Tabelle unsere Werte denen von CLAAS gegenüber.

Die Verschiedenheit der Abweichungen erfordert eine Erklärung. Sie wird für die einzelnen Elemente gesondert gegeben.

1. Na. Ein detaillierter Vergleich der Rechnungen ergab, daß von der Differenz 0.2 (im log) 0.12 auf den Temperatureffekt, 0.08 auf die Auswahl der Linien,  $f$ -Werte und Äquivalentbreiten entfällt.



2. Mg. Hier liegen bei CLAAS nur drei Angaben vor.  $\lambda$  4571 entsteht in sehr hohen Schichten, so daß sich der Temperatureffekt stark auswirkt. Bei der Mittelbildung<sup>1</sup> wird hingegen die eine um einen Faktor zehn kleinere Häufigkeit liefernde Linie Mg II  $\lambda$  4481 von CLAAS kaum mitberücksichtigt. Wir ziehen diese Linie erst nach der Neuberechnung des Elektronendrucks mit heran. (Tab. 4b S. 109.)

3. Al. Die Aluminiumlinien entstehen in größerer Tiefe, der Temperatureffekt wirkt sich kaum aus. CLAAS verwendet bei  $\lambda$  5557 eine kleinere Äquivalentbreite, was seine Häufigkeitsangabe von  $-5.86$  auf  $-5.91$  herabdrückt.

4. Ca. Um einen Vergleich sinnvoll durchführen zu können, mitteln wir die gleichen Linien auf die gleiche Weise wie CLAAS. Wir erhalten (zufällig) wieder den Wert  $-5.91$ ; nach CLAAS hingegen ergibt sich  $-5.62$ . Hier wirkt sich der Temperatureffekt wiederum stark aus, da die CLAASSche Mittelbildung  $\lambda$  6572,  $\tau_{0,s} = 0.02$  bevorzugt; diese Linie erhält bei ihm außerdem noch vierfaches Gewicht.

5. Fe. Hier ist der Unterschied am erheblichsten. Er beträgt 0.6 im Logarithmus. Die Ursache hierfür ist die Art der Häufigkeitsbestimmung bei CLAAS. CLAAS verwendet eine von der Untersuchung des Titans herrührende empirische Wachstumskurve zur Reduktion. Seine Referenzlinien liegen dabei im ausgesprochen flachen Teil der Wachstumskurve. Die von ihm in seiner Abb. 7 miteingezeichnete theoretische Wachstumskurve nach PECKERs Theorie der mittelstarken Linien (1951) verläuft — wie die unsrige — in dem betreffenden Teil steiler. Die Verwendung dieser theoretischen Wachstumskurve bei der Reduktion der CLAASSchen Punkte in Abb. 10 seiner Arbeit würde eine um 0.4—0.5 im log kleinere Häufigkeit des Eisens ergeben. Damit ginge zwar die von CLAAS hervorgehobene Übereinstimmung mit den aus der UNSÖLDschen Grobanalyse (1948) gewonnenen Werten verloren, doch bleibt dieser Schluß nach den Ergebnissen unserer bedeutend besser definierten Wachstumskurve ohnehin unausweichlich. Die restlichen 0.1—0.2 im log entfallen wieder auf den Temperatureffekt.

Daß die Eisenhäufigkeit bei der Grobanalyse zu groß herauskam, liegt daran, daß die von A. UNSÖLD (1948) zu diesem Zweck herangezogenen Linien alle von den drei untersten Termen — für die allein gemessene  $f$ -Werte von KING vorlagen — ausgehen, so daß sich hier, da der Schwerpunkt der Entstehung dieser Linien bei  $\tau_{0,s} \sim 0.02$  bis 0.07 liegt, der Temperatureffekt besonders stark auswirkt. (Die Grobanalyse verwendet zur Bestimmung von  $\log NH$  eine Temperatur von  $5675^\circ$ , die bei unserem Modell erst in einer Tiefe von  $\tau_0 = 0.42$  erreicht wird.)

<sup>1</sup> CLAAS mittelt nicht  $\log A$  sondern  $A$  selbst.

Unser *Hauptziel* ist die Bestimmung der Metallhäufigkeiten als Grundlage der Berechnung des Elektronendruckes. Hierfür kommt es weniger auf zuverlässige Relativhäufigkeiten der einzelnen Metalle als auf ihre Gesamthäufigkeit im Verhältnis zu Wasserstoff an. Unter diesem Gesichtspunkt ist der folgende Abschnitt zu betrachten.

#### *4. Das Mischungsverhältnis der Metalle untereinander und ihre Gesamthäufigkeit verglichen mit Wasserstoff.*

Zur Bestimmung der relativen Häufigkeiten der übrigen Metalle ziehen wir die Untersuchungen anderer Autoren heran. Aus den letzten Jahren liegen solche vor von H. BROWN (1949), H. C. UREY (1952) und G. P. KUIPER (1952). BROWN und UREY arbeiten jeweils unter starker Heranziehung von Meteoritenhäufigkeiten das bis dato vorliegende Material auf und bestimmen damit „Kosmische Häufigkeiten“, KUIPER berücksichtigt dagegen nur die stellaren Daten. Die aus der Analyse der Meteoriten gewonnenen Ergebnisse sind unsicher wegen des Vorkommens in verschiedenen Phasen, (Stein-, Sulfid-, Metall-, chondritische Meteoriten), über deren kosmisches Häufigkeitsverhältnis Zusatzhypothesen gemacht werden müssen. Auch die stellaren Daten — mit verschiedenen Methoden und an verschiedenen Objekten gewonnen — geben keine besseren Anhaltspunkte. In die abgeleiteten „Kosmischen Häufigkeiten“ gehen diese Unsicherheiten — zum Teil vermischt — ein, daher ist größte Vorsicht bei ihrer Verwendung geboten.

Wir werden uns daher im folgenden nur auf die am gesichertsten erscheinende Feststellung stützen, daß die relativen Häufigkeiten der Metalle der Steinphase Na, Mg, Al, Si, K, Ca — nach UREY (1952) — auf 10% genau sein dürften und verwenden nur reine Meteoritendaten UREYs. [Vgl. obige Vorbemerkung: Wir hätten im Prinzip auch die Daten GOLDSCHMIDTs (1938) oder BROWNs heranziehen können, die Unterschiede sind nur geringfügig.]

Da die letztgenannten Metalle in den Eisen-Nickel-Meteoriten kaum vorhanden sind, betrachten wir im folgenden getrennt: 1. eine „Eisengruppe“, umfassend Fe, Ni und Co; 2. eine „Magnesiumgruppe“, zu der wir alle übrigen Metalle rechnen.

Für die erste Gruppe nehmen wir das Mischungsverhältnis wie UREY (1952) an:

$$\text{Fe} : \text{Ni} : \text{Co} = 1 : 0.06 : 0.003; \text{ Summe: } 1.06.$$

Für die zweite Gruppe stellen wir, soweit möglich, Ergebnisse in Tab. 9 zusammen.

Bei Si beruht der CLAASSche Wert auf Oszillatorenstärken nach BATES u. DAMGAARD, die bei der Kompliziertheit des Siliciums nicht mehr zuverlässig sein dürften; von den Zahlenangaben der letzten Spalte bei Si bezieht sich der obere

## Metallhäufigkeiten, Druckschichtung, Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre. 117

Wert auf die Feinanalyse des  $\tau$  Scorpii von G. TRAVING (1954), er dürfte sicherer sein, da er auf der Untersuchung von Linien des Si III u. IV beruht, für die die  $f$ -Werte nach BATES u. DAMGAARD bedeutend besser sind. Der untere Wert wurde von K. HUNGER (1954) von Linien des neutralen Si (Feinanalyse von  $\alpha$  Lyrae) abgeleitet, für die dasselbe wie bei CLAAS gilt.

Tabelle 9. *Relative Häufigkeiten der „Magnesium-Gruppe“.* (Die Zahlen geben den Logarithmus des Häufigkeitsverhältnisses zu Magnesium.)

| Element | UNSÖLD<br>(Grobanalyse) | UREY<br>(Meteoriten) | CLAAS<br>(Feinanalysen) | 1954<br>(Feinanalysen) |
|---------|-------------------------|----------------------|-------------------------|------------------------|
| Na      | —1.43                   | —1.23                | —1.24                   | —1.15                  |
| Al      | —1.21                   | —1.03                | —1.40                   | —1.15                  |
| Ca      | —1.31                   | —1.19                | —1.11                   | —1.11                  |
| Si      | +0.04                   | +0.06                | —0.45                   | { +0.22<br>—0.50       |
| K       | —2.31                   | —2.40                | —2.56                   |                        |
| Ti      | —2.55                   | —2.68                |                         |                        |

Man sieht, daß die Streuung in der Tat gering ist.

Nach diesen Untersuchungen scheint es uns berechtigt zu sein, dem Mischungsverhältnis der Magnesiumgruppe die UREYSchen Werte zugrunde zu legen.

So erhalten wir in Einheiten der Magnesiumhäufigkeit:

$$\text{Mg} : \text{Si} : \text{Na} : \text{Al} : \text{Ca} : \text{Rest} = 1 : 1.15 : 0.059 : 0.093 : 0.065 : 0.025.$$

(Der Rest wurde durch Aufsummieren der UREYSchen Tabellenwerte gefunden.) Summe: 2.39.

Es bleibt schließlich die Bestimmung des Verhältnisses Magnesium zu Eisen. Wir müssen hierbei beachten: 1. die stellaren Daten waren bisher systematisch verfälscht, weil a) beim Fe nur für Linien des neutralen Atoms von den untersten Anregungsstufen Oszillatorenstärken bekannt waren, während b) beim Magnesium gerade Linien höher angeregter Niveaus bzw. der zweiten Ionisationsstufe zur Bestimmung der Häufigkeiten benutzt wurden, so daß sich hier die Schwächen der Methode der Grobanalyse extrem ungünstig auswirkten. 2. Die Meteoritenanalysen können aus den oben angeführten Gründen in dieser Fragestellung auch zu keinen zuverlässigen Aussagen führen.

Die folgenden Daten haben daher nur geringen Wert. Es fanden für das Verhältnis Eisen/Magnesium (im log):

|             |       |       |
|-------------|-------|-------|
| GOLDSCHMIDT | BROWN | UREY  |
| +0.01       | +0.31 | —0.11 |

Demgegenüber erhalten wir —0.27 (KING) bzw. —0.80 (WESSEL). Wir sehen keinen Anlaß, die obigen Werte zu bevorzugen und berücksichtigen nur ihre Tendenz, wenn wir uns für die weiteren Rechnungen entscheiden für unser

*Ergebnis:* Magnesium/Eisen wie 1 : 0.54 (KING)

Somit ergibt sich für die Gesamthäufigkeit der Metalle nach S. 116, 117 und auf Grund unserer letzten Annahme in Einheiten der Magnesiumhäufigkeit der Wert 2.96 (0.47 im log). Mit  $\log \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} = -4.80$  für Magnesium folgt weiterhin (mit  $\log \frac{\varepsilon_H + \varepsilon_{He}}{\varepsilon_H} = +0.08$  entsprechend H:He = 5:1), für das Verhältnis Wasserstoff zu Metall:  $\log A = 4.25$  (bzw. 4.31, falls die Eisen- $f$ -Werte nach KOPFERMANN u. WESSEL bevorzugt werden).

Wir erhalten also eine um einen Faktor 2 kleinere Metallhäufigkeit als CLAAS (1951).

Zu dieser Schlußfolgerung bemerken wir:

1. Die Unsicherheit der  $f$ -Werte beim Magnesium läßt auch eine andere Festlegung der Wachstumskurve zu. Damit würde unser Ergebnis  $\log A = 4.25$  ebenfalls abgeändert, da es entscheidend durch die Magnesium-Häufigkeit bestimmt wird. Eine erneute Überprüfung, vor allem der Oszillatorenstärken, ist daher wünschenswert; vorläufig halten wir an unserem Ergebnis fest.

2. Die Berücksichtigung von Temperaturinhomogenitäten (Granulation) und Abweichungen des Strahlungsfeldes von dem der Hohlraumstrahlung (Erhöhung der Ionisationstemperatur über die lokale) [vgl. BÖHM (1954)], könnte die Ergebnisse modifizieren. Qualitativ wirkt sich beides wie eine Abflachung des Temperaturabfalls in den höchsten Schichten aus, quantitativ lassen sich hier noch keine Aussagen machen.

3. Unsere Annahme einer konstanten Turbulenzgeschwindigkeit  $\xi_T = 1.5$  km/sec könnte falsch sein.

Wir schätzen den Einfluß dieser Annahme auf die Ergebnisse ab. Es

ist  $\Delta \lambda_D$  bzw.  $\Delta \omega_D$  proportional zu  $\xi_0 = \sqrt{\frac{2RT}{\mu} + \xi_T^2}$ . Diese Größe geht

Tabelle 10. *Einfluß einer Änderung der Turbulenzgeschwindigkeit  $\Delta \log \xi_0$ , berechnet für die optische Tiefe  $\tau_{0,s} = 0.1$ .*

|            | $\xi_T = 0$ | $\xi_T = 1.5$ | $\xi_T = 2.0$ |
|------------|-------------|---------------|---------------|
| $\mu = 24$ | -0.10       | 0.00          | +0.05         |
| $\mu = 56$ | -0.20       | 0.00          | +0.08         |

in Abszisse und Ordinate der Wachstumskurven in gleicher Weise ein. Wir vergleichen nun unseren Wert  $\xi_T = 1.5$  km/sec mit den beiden Extremfällen  $\xi_T = 0$  und  $\xi_T = 2.0$  km/sec, besonders für  $\mu = 24$  (Na, Mg, Al) und  $\mu = 56$  (Fe). Tab. 10 gibt das Ergebnis.

Hieraus entnehmen wir folgendes: a) für Na, Mg und Al können keine Änderungen über 0.05 im log eintreten; b) für Eisen wäre im Prinzip ein größerer Effekt möglich, doch zeigt eine Verschiebung unserer Wachstumskurve in vertikaler und horizontaler Richtung, daß ein Effekt größer als 0.1 im log unwahrscheinlich wird.

4. Bei der Bestimmung der Häufigkeiten des Mg und Fe geht der Elektronendruck geringfügig ein, da diese Elemente nicht mehr überwiegend ionisiert sind.

Wir haben bisher den Elektronendruck nach den Tabellen von ROSA (1948), basierend auf  $\log A = 3.7$ , verwandt. Um den Einfluß der Änderung in  $\log A$  auf diese Werte abzuschätzen, müssen wir uns jetzt der Berechnung des Elektronendrucks und des Gasdrucks ohne Zuhilfenahme dieser Tabellen zuwenden. Dem ist der nächste Abschnitt gewidmet, dabei kommen wir dann noch einmal auf diesen Punkt 4 zurück.

Als Abschluß dieses Abschnittes geben wir die Ergebnisse in Tabellenform:

Tabelle 11a. *Vorläufiges Ergebnis: Metallhäufigkeiten.*

|           | $\log \frac{\epsilon_i}{\sum \epsilon_i}$ |                                 |
|-----------|-------------------------------------------|---------------------------------|
| Fe        | —5.07                                     | entsprechend<br>$\log A = 4.25$ |
| Mg        | —4.80                                     |                                 |
| Fe-Gruppe | —6.29                                     |                                 |
| Mg-Gruppe | —4.66                                     |                                 |

#### 5. Gas- und Elektronendruck.

Wir beginnen mit einem mathematischen Gedankengang, der uns zu einem vereinfachten Verfahren zur gleichzeitigen Berechnung von Gas- und Elektronendruck bei Vorgabe einer bestimmten Häufigkeitsverteilung führt. Wir wenden dies Verfahren sodann unter Benutzung der Häufigkeiten des letzten Abschnittes an und erhalten eine neue Druckschichtung. Mit den entsprechend abgeänderten Elektronendrucken erhalten wir rückwärts wiederum etwas abgeänderte Häufigkeiten (Tab. 11 b). Eine nochmalige Anwendung des Verfahrens mit diesen Häufigkeiten liefert uns dann die endgültige, neue Druckschichtung (Tab. 12).

Zur Berechnung des Gasdrucks steht uns die hydrostatische Gleichung

$$\frac{dP_g}{d\tau_0} = \frac{g}{\kappa_0} \quad (1)$$

( $g$  = Schwerebeschleunigung,  $\kappa_0(T, P_e)$  = kontin. Absorptionskoeffizient pro Gramm)

und eine Relation zwischen  $P_g$ ,  $P_e$  und  $T$  zur Verfügung. Letztere erhalten wir, wenn wir in der Aussage, daß die Summe der Partialdrucke sämtlicher Elemente in allen Ionisationsstufen zuzüglich des Elektronendrucks den Gasdruck liefert, die Verteilung eines Elementes über seine Ionisationsstufen nach SAHA berechnen.

Zu einer vorgegebenen Elementmischung läßt sich diese Beziehung ein für alle mal bestimmen und etwa in Tabellenform niederlegen oder graphisch darstellen, wie es z. B. A. ROSA (1948) getan hat.

Damit können wir in (1)  $\kappa_0(T, P_e)$  durch  $\kappa_0(T, P_g)$  ersetzen. Diese Differentialgleichung der Form  $y' = F(x, y)$  (mit  $x = \tau_0$ ,  $y = P_g$ ) wurde

dann üblicherweise nach dem Verfahren der sukzessiven Approximation, zu der Anfangsbedingung  $y(0) = 0$  gelöst. Dabei wurden als nullte Näherung meist von früher her vorhandene Druckschichtungen benutzt.

Wir wollen nun zeigen, daß die Verhältnisse auf der Sonne es gestatten, dies relativ langsam konvergierende Approximationsverfahren durch ein stärker konvergentes zu ersetzen, bei dem überdies jeder Einzelschritt schneller durchzuführen ist. Es beruht mathematisch darauf, daß  $y' = F(x, y)$  ersetzt wird durch  $y' = y^{-n} \varphi(x, y)$  wobei  $\varphi$  nur noch schwach von  $y$  abhängt. Da  $n > 0$ , erhalten wir dann

$$\frac{1}{n+1} y^{n+1}(x) = \int_0^x \varphi[x, y_0(x)] d\tau_0.$$

*Grundsätzliches zur Durchführung des Verfahrens.*  $\kappa_0$  ist, wie schon oben erwähnt, im wesentlichen proportional  $P_e$ ; wir schreiben daher  $\kappa_0 = \frac{\kappa_0}{P_e} P_e$ , wobei — bis auf den in unserem Bereich von  $T$ ,  $P_e$  und  $\lambda$  geringfügigen Anteil des neutralen Wasserstoffs —  $\frac{\kappa_0}{P_e}$  die kontinuierliche Absorption des  $H^-$  pro Gramm Sonnenmaterie und Einheit des Elektronendruckes gibt. Da dies eine Funktion der Temperatur allein ist, können wir (1) in der Form schreiben

$$\frac{dP_g}{d\tau_0} = \frac{g}{\frac{\kappa_0}{P_e}(\tau_0) \cdot P_e(\tau_0, P_g)}. \quad (1a)$$

Nun zu der Beziehung zwischen  $P_g$ ,  $P_e$  und  $T$  [für das folgende vgl. auch CLAAS (1951), Gl. (33)ff.]:

$$\frac{P_e}{P_g} = \frac{N_e}{N_H + N_{He} + \sum N_i + N_e} \approx \frac{N_e}{N_H + N_{He}} = \frac{N_H^+ + \sum N_i^+}{1.2 N_H} \quad (2)$$

( $N$  Zahlen pro Kubikzentimeter,  $i$  zählt die Metalle) gültig für  $\tau_0 < 3.0$ .

(Im Zähler lassen wir zweifache Ionisation unberücksichtigt; der Nenner kann in dieser Form geschrieben werden, da die Metalle gegenüber  $H$  und  $He$  zu vernachlässigen sind und für  $\tau_0 < 3.0$  nur weniger als 1% des Wasserstoffs ionisiert ist.)

Für  $\tau_0 > 1.0$  werden die Elektronen praktisch allein vom Wasserstoff geliefert, so daß hier in genügender Näherung gilt:

$$\frac{P_e}{P_g} = \frac{N_H^+}{1.2 N_H}. \quad (2a)$$

Ferner ist, nach SAHA,

$$\frac{N_i^+}{N_i} \cdot P_e = \Psi_i(T) \quad (3)$$

eine reine Temperaturfunktion, so daß wir für (2a)

$$\frac{P_e}{P_g} = \frac{\Psi_H(T)}{1.2 P_e}$$



Metallhäufigkeiten, Druckschichtung, Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre. 121

schreiben können, oder, nach Multiplikation mit  $P_e$ :

$$\frac{P_e^2}{P_g} = \frac{5}{6} \Psi_H(T), \quad P_e = \sqrt{\frac{5}{6} \Psi_H(T) \cdot P_g}. \quad (4a)$$

Damit erhält (1a) die gewünschte Form

$$\sqrt{P_g} dP_g = \frac{g}{\frac{\kappa_0}{P_e} \cdot \sqrt{\frac{5}{6} \Psi_H[T(\tau_0)]}} d\tau_0,$$

zu deren Integration in diesem Bereich also *keine* Ausgangsnäherung erforderlich ist. Es empfiehlt sich dementsprechend  $\frac{P_e^2}{P_g}$  als  $f(\tau_0)$ , also auch für die anderen Tiefenbereiche, näher zu untersuchen:

Für  $0 < \tau_0 < 0.1$  ist im anderen Extrem der Fall eingetreten, daß praktisch allein die Metalle die Elektronen liefern

$$\frac{P_e}{P_g} = \frac{\sum_i N_i^+}{1.2 N_H} \quad (2b)$$

Definitionsgemäß ist ferner, wenn wir wieder zweifache Ionisation außer acht lassen,

$$\frac{N_i + N_i^+}{1.2 N_H} = \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$$

oder

$$\frac{N_i^+}{1.2 N_H} = \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \cdot \frac{N_i^+}{N_i} \cdot \frac{N_i}{N_i + N_i^+}. \quad (5)$$

Mit Hilfe von (3) und nach Summation über alle  $i$  folgt:

$$\frac{P_e}{P_g} = \sum_i \frac{\Psi_i(T)}{P_e} \frac{N_i}{N_i + N_i^+} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \quad (2c)$$

was wir mittels der Definition

$$\Psi_i(T) \cdot \frac{N_i}{N_i + N_i^+} = \Phi_i(T, P_e) = \Psi_i(T) \frac{1}{1 + \frac{\Psi_i(T)}{P_e}}$$

und nach Multiplikation mit  $P_e$  in der Endform

$$\frac{P_e^2}{P_g} = \sum_i \Phi_i[T, P_e] \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \quad (4b)$$

schreiben. Hieraus entnehmen wir für die beiden Grenzfälle

a) Metalle überwiegend neutral:

$$\frac{P_e^2}{P_g} = \sum_i \Psi_i(T) \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \quad (\text{nach } 2c) \quad (4c)$$

b) Metalle vollständig ionisiert:

$$\frac{P_e^2}{P_g} = \frac{P_e}{1.2 A} \quad (\text{nach } 2b \text{ und } 5) \quad (4d)$$



Um sich einen *grobe Überblick* zu verschaffen, genügt es, für die Sonne in  $0.01 < \tau_0 < 0.1$  Fall (4d) anzunehmen; Abb. 8 gibt dementsprechend  $\frac{P_e^2}{P_g} = f(\tau_0)$  logarithmisch aufgetragen. Eingezeichnet ist der Verlauf nach (4a) sowie für  $\tau_0 < 0.2$  nach (4d) für  $\log A = 3.7$  (ROSA), 3.95 (CLAAS) und 4.25. Wir sehen, daß wir den Zwischenbereich  $0.1 < \tau_0 < 1.0$  leicht interpolieren könnten. Doch auch die detaillierte Be-

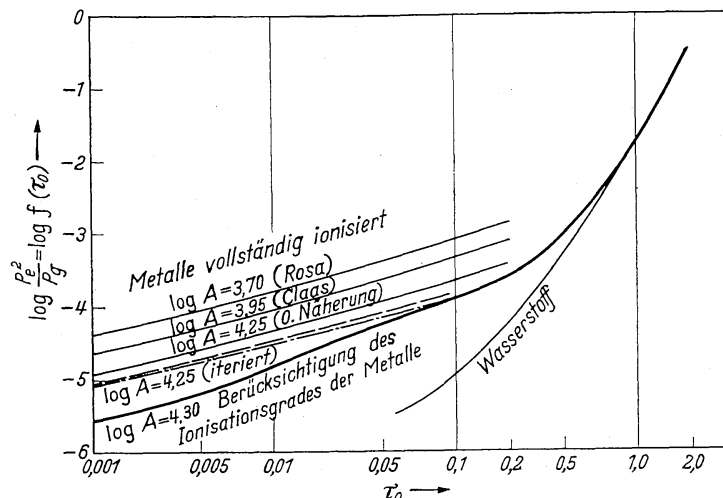


Abb. 8.  $\log P_e^2/P_g$  als  $f(\tau_0)$ , für verschiedene Werte des Verhältnisses Wasserstoff : Metalle.  
 — Einzelbeiträge — — —  $\log A = 4.25$  1. Iteration — — — 2. Iteration — Gesamtverlauf.

rechnung nach (4b) macht keine größeren Schwierigkeiten, wie weiter unten gezeigt wird.

Haben wir nun  $\frac{P_e^2}{P_g}$  als  $f(\tau_0)$ , *allgemein* als *Summe* von (4a) u. (4b), so wird  $P_e = \sqrt{f} \sqrt{P_g}$  und die hydrostatische Gleichung geht über in

$$\sqrt{P_g} dP_g = \frac{g}{\frac{\kappa_0}{P_e} \cdot \sqrt{f(\tau_0)}} d\tau_0, \quad (6)$$

integriert zu

$$\frac{2}{3} P_g^{\frac{3}{2}}(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} \frac{g}{\frac{\kappa_0}{P_e} \sqrt{f(\tau_0)}} d\tau_0. \quad (7)$$

Hiernach erhalten wir dann sofort  $P_g^{\frac{3}{2}}$ ,  $\frac{3}{2} \log P_g$  und  $\log P_g(\tau_0)$  sowie nach der Definition

$$\log P_e = \log \sqrt{f} + \frac{1}{2} \log P_g(\tau_0). \quad (8)$$

Diese letzten Schritte sind schnell durchzuführen, das Entscheidende für das Verfahren ist die Gewinnung von  $f(\tau_0)$ . Zu Konvergenzunter-

suchungen bei der Iteration betrachtet man die Folge dieser Funktionen. Sie ändern sich mit den Iterationsschritten nur für  $\tau_0 < 1.0$ .

Wir schätzen ab, in welcher Weise sich die Verwendung einer Ausgangsnäherung für  $P_e$  im Bereich  $0.01 < \tau_0 < 0.1$  auswirken wird. Wir haben als solche in Abb. 8 für die Festlegung von  $f(\tau_0)$  den Elektronendruck nach ROSA verwandt, was für den dritten Fall,  $\log A = 4.25$  sicher eine recht schlechte Näherung ist (indem  $P_e$  offensichtlich zu groß ist). Wir führen daher das Verfahren wie angegeben durch und finden den neuen Elektronendruck nach (8). Der korrigierte Verlauf von  $f(\tau_0)$ , nach (4d)  $P_e/1.2 A$ , ist in Abb. 8 gestrichelt angegeben. Hier ist — wegen der Größe der Diskrepanz zwischen  $\log A = 3.7$  und  $4.25$  — noch ein Iterationsschritt angebracht. Wir erhalten dann die strichpunktierte Linie in Abb. 8. Eine nochmalige Iteration ließ keine Unterschiede erkennen.

*Zur praktischen Durchführung des Verfahrens.* Wir haben  $f(\tau_0)$  nun genauer bestimmt, da für unser Modell Tabellen für  $\frac{N_i^+}{N_i} \cdot P_e$  bereits vorlagen, so daß die Funktionen  $\Phi_i$  schnell zu berechnen waren. Die Häufigkeits- und Ionisationsverhältnisse sind derart, daß dabei in (4b) eine Aufteilung auf vier Summanden zweckmäßig erschien: 1. Fe, 2. Mg, 3. Si und 4. Rest (im Ionisationsverhalten wie Ca). Hierbei ist angenommen, daß die 4. Gruppe vollständig ionisiert ist. Si ist wegen seines geringen Ionisationsgrades und großer Häufigkeit (vgl. S. 117) herausgestellt; Fe und Mg, obgleich im Ionisationsverhalten ähnlich, werden wegen unserer Annahme über die Häufigkeiten getrennt behandelt. So berechnen wir  $\Phi_i (i = 1, 2, 3, 4)$  zunächst mit dem Elektronendruck nach ROSA und (4b) mit den Häufigkeiten nach Tab. 11a des letzten Abschnittes.

Das Ergebnis nach Durchführung des Verfahrens ist, wie erwartet, eine Herabsetzung des Elektronendrucks um

|                    |       |       |       |       |       |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Delta \log P_e:$ | —0.27 | —0.23 | —0.20 | —0.15 | +0.02 |
| für $\tau_0:$      | 0.001 | 0.01  | 0.1   | 0.5   | 1.0   |

Wir müssen nun die *Rückwirkung* dieses Ergebnisses auf die *Bestimmung der Häufigkeiten* beachten und greifen damit Punkt 4 des letzten Abschnittes wieder auf.

Maßgeblich für die Häufigkeitsbestimmung war das Integral

$$\int_0^\infty \frac{n_{r,s}}{\Sigma n_r} \cdot \frac{g'}{\kappa_0^+} d\tau_0;$$

und hierbei ist  $\frac{n_{r,s}}{\kappa_0^+}$  vom Elektronendruck abhängig. Wir stellen noch einmal zusammen:

|         |                                                                               |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Linien  | a) Metall vollständig ionisiert: $\frac{n_{0,s}}{n_0^+}$ unabhängig von $P_e$ |
| neutr.  |                                                                               |
| Metalle | b) überwiegend neutral: $\frac{n_{0,s}}{n_0^+}$ geht mit $P_e^{-1}$           |
| Funken- | a) Metall überwiegend ionisiert: $\frac{n_{1,s}}{n_0^+} \approx P_e^{-1}$     |
| linien  | b) Metall überwiegend neutral: $\frac{n_{1,s}}{n_0^+} \approx P_e^{-2}$       |

Berücksichtigen wir noch die Schwerpunkte der Entstehung der schwachen Linien, so ergeben sich folgende Korrekturen:

1. Für Fe: Um 0.02 bis 0.05 im log vergrößerte Integrale, oder eine entsprechend verkleinerte Häufigkeit; wir legen uns nunmehr fest auf  $\log \frac{\epsilon_{\text{Fe}}}{\sum \epsilon_i} = -5.10$ .

2. Für Mg: Hier betrachten wir die uns am sichersten erscheinenden Linien  $\lambda 4571$  und  $\lambda 4730$  (vgl. Tabelle 4a des vorigen Abschnitts). Es ergibt sich  $\Delta \log \frac{\epsilon_{\text{Mg}}}{\sum \epsilon_i} = -0.06$  bzw.  $-0.03$ .

Wir ziehen nun noch die Funkenlinie  $\lambda 4481$  mit zur Festlegung der Häufigkeit des Mg heran (siehe Tab. 4b, S. 109):

Wir erhalten für die stärkere<sup>1</sup> Komponente  $\log \frac{\epsilon_{\text{Mg}}}{\sum \epsilon_i} = -5.10$ . Dies spricht dafür, auch für Mg die Häufigkeit noch etwas herabzusetzen, wir legen uns nunmehr fest auf  $-4.85$ , indem wir der Funkenlinie nur geringes Gewicht erteilen. Immerhin aber zeigt der folgende Vergleich zwischen CLAAS und uns, daß unser Modell das Ionisationsgleichgewicht des Mg bedeutend besser wiedergibt: Es finden für  $\log \frac{\epsilon_{\text{Mg}}}{\sum \epsilon_i}$  aus

|       | Mg I<br>$\lambda 4571$ | Mg II<br>$\lambda 4481$ | und damit | $\log \frac{\frac{\epsilon_{\text{Mg}}}{\sum \epsilon_i} (\lambda 4571)}{\frac{\epsilon_{\text{Mg}}}{\sum \epsilon_i} (\lambda 4481)}$ |
|-------|------------------------|-------------------------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CLAAS | -4.26                  | -5.27                   |           | +0.39                                                                                                                                  |
| 1954  | -5.06                  | -5.45                   |           | +0.99                                                                                                                                  |

3. Si: Si wird sich wie Mg verhalten; da der Ionisationsgrad geringer ist, würde die Häufigkeit eher noch mehr herabgesetzt; wir nehmen jedoch, um die Einheit der im letzten Abschnitt verwendeten „Mg-Gruppe“ nicht zu zerstören, ebenfalls nur eine Herabsetzung um 0.05 im log an.

4. Ca-Gruppe: Bei der Ca-Gruppe verfahren wir aus diesem Grunde ebenso, obgleich das nach dem Ionisationsverhalten nicht gerechtfertigt ist; für unsere Zwecke, die Iteration des Verfahrens, begehen wir

<sup>1</sup> Hierbei wurden beide Komponenten nach dem Vorgang von CLAAS (S. 38) behandelt, um vergleichbare Werte zu erhalten.

damit kaum einen Fehler, da diese Gruppe ohnehin zum Elektronendruck den kleinsten Beitrag liefert.

Diese Ergebnisse stellen wir in der folgenden Tabelle zusammen.

Tabelle 11b. *Endgültige, für die Berechnung von Gas- und Elektronendruck zugrundegelegte Häufigkeiten.*

|           | $\log \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$ |
|-----------|-------------------------------------------------|
| Fe        | —5.10                                           |
| Mg        | —4.85                                           |
| Fe-Gruppe | —6.32                                           |
| Mg-Gruppe | —4.71                                           |

entsprechend  
 $\log A = 4.30$

Wir wiederholen nun das Verfahren mit entsprechend korrigierten Funktionen  $\Phi_i \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  [in Abb. 8 ist die auf diese Weise nach (4a) und (4b) bestimmte Funktion  $f(\tau_0)$  durch die ausgezogene Linie gegeben] und stellen die Ergebnisse in Tab. 12 zusammen.

Tabelle 12. *Gasdruck, Elektronendruck und  $\log \kappa_0^+$  nach den Häufigkeiten von Tabelle 11b sowie Änderung der Druckschichtung auf Grund der neuen Metallhäufigkeit.*

| $\tau_0$ | $\log P_g$ | $\log P_e$ | $\log \kappa_0^+$ | $\Delta \log P_g$ | $\Delta \log P_e$ |
|----------|------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 0.001    | 3.74       | —0.92      | 0.42—26           | +0.23             | —0.23             |
| 0.005    | 4.10       | —0.52      | 0.71—26           | +0.23             | —0.27             |
| 0.01     | 4.26       | —0.28      | 0.87—26           | +0.25             | —0.27             |
| 0.05     | 4.62       | +0.23      | 0.17—25           | +0.21             | —0.24             |
| 0.1      | 4.79       | +0.45      | 0.30—25           | +0.23             | —0.25             |
| 0.2      | 4.96       | +0.69      | 0.45—25           | +0.23             | —0.23             |
| 0.3      | 5.05       | +0.86      | 0.56—25           | +0.21             | —0.23             |
| 0.5      | 5.14       | +1.20      | 0.81—25           | +0.19             | —0.15             |
| 0.7      | 5.19       | +1.48      | 0.03—24           | +0.18             | —0.07             |
| 1.0      | 5.23       | +1.79      | 0.26—24           | +0.15             | +0.02             |
| 1.5      | 5.26       | +2.14      | 0.52—24           | +0.13             | +0.04             |
| 2.0      | 5.28       | +2.44      | 0.74—24           | +0.13             | +0.05             |

Bemerkungen:

- Eine nochmalige Iteration ergab keine Änderungen von mehr als 0.01 im log.
- Die Angaben für  $\tau_0 = 0.001$  sind weniger zuverlässig, weil zur Integration nach  $\tau_0 = 0$  extrapoliert werden mußte.
- In den letzten beiden Spalten ist die Änderung der Drucke gegenüber den Ausgangsnäherungen nach den Rosaschen Tabellen bzw. gegenüber БÖHM (S. 205) aufgeführt.

Die Änderung der Druckschichtung mit der Metallhäufigkeit (Variation von  $\log A$ ) läßt sich allgemein abschätzen und damit in unserem Fall der Verlauf von  $\Delta \log P_g$  und  $\Delta \log P_e$  bestätigen:

Für  $0.01 < \tau_0 < 0.1$  ist nach (1a)  $P_g \sim P_e^{-1}$ , nach (4d)  $P_e \cdot A \sim P_g$  — aus beiden Beziehungen folgt  $P_e^2 \cdot A = \text{const.}$  oder  $2 \Delta \log P_e + \Delta \log A = 0$ ,  $\Delta \log P_e = -\frac{1}{2} \Delta \log A$ ,  $\Delta \log P_g = +\frac{1}{2} \Delta \log A$ .

Für  $\tau_0 > 1.0$  ändert sich nach (4a)  $P_e^2 \cdot P_g^{-1}$  nicht mit  $A$ :  $2 \Delta \log P_e = \Delta \log P_g$ .  
In unserem Fall ist  $\Delta \log A = 0.6$ , so daß wir zu erwarten haben:

$$\text{für } \tau_0 < 0.1 \quad \Delta \log P_g = +0.3, \Delta \log P_e = -0.3$$

und

$$\text{für } \tau_0 > 1.0 \quad \Delta \log P_g = 2 \Delta \log P_e.$$

Der Anstieg des Elektronendruckes im Bereich  $\tau_0 > 1.0$  ist also auf den Anstieg des Gasdrucks in den darüberliegenden Schichten zurückzuführen.

Der Anstieg des Gasdruckes selber hat seine physikalische Ursache in der Verminderung der Opazität: weniger Metalle — weniger Elektronen — weniger  $H^-$  — geringere opt. Tiefe von der Oberfläche bis zu einer festgehaltenen (materiellen) Stelle in der Atmosphäre, oder, gleichbedeutend, bei festgehaltener opt. Tiefe, Einblick materiell tiefere Schichten — dort wegen der größeren überlagernden Materiemenge höherer Gasdruck.

Nach (4c) gilt für  $\tau_0 \rightarrow 0$ , alle Metalle überwiegend neutral,  $P_e^2 \cdot P_g^{-1} \cdot A = \text{const}$ , nach (1a) also  $P_e^3 A = \text{const}$ , so daß  $\Delta \log P_e = -\frac{1}{3} \Delta \log A$  wird. Auch dies sehen wir in Tab. 7 bestätigt:  $\Delta \log P_e$  strebt für  $\tau_0 \rightarrow 0$  gegen  $-0.2$ .

## II. Stoßverbreiterung durch van der Waals-Kräfte in der Sonnenatmosphäre.

### 1. Allgemeines.

Der gegenwärtige Stand der Theorie der Dämpfung und unser verbessertes Sonnenmodell ermöglichen es, die Flügel starker Fraunhoferlinien auszurechnen und mit der Beobachtung zu vergleichen. Derartige Untersuchungen werden meist behindert durch mangelnde Kenntnis der für die Stärke der Dämpfung wesentlichen Wechselwirkungskonstanten. Für den auf der Sonne bei den starken Linien der Metalle wichtigsten Dämpfungsmechanismus, die Stoßverbreiterung durch van der Waals-Kräfte bei Stößen neutraler Wasserstoffatome [vgl. A. UNSÖLD (1943)] steht uns eine atomtheoretische Näherungsformel für die Wechselwirkungskonstanten zur Verfügung. Um die Brauchbarkeit und Tragweite dieser Formel abzuschätzen, werden wir die Linienkonturen starker Metalllinien hinsichtlich der empirischen Dämpfungskonstanten auswerten und mit den auf Grund der Theorie berechneten vergleichen.

Wir beginnen mit einer Rekapitulierung der Theorie der Dämpfung (Abschnitt 2) und wenden uns dann der Auswertung der Linienkonturen zu (Abschnitt 3—5). Zum Abschluß folgt der Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Flügelstärken (Abschnitt 6 und Tab. 15 und 16).

### 2. Theorie der Dämpfung.

Hinsichtlich der theoretischen Grundlagen verweisen wir auf A. UNSÖLD (1943) (sowie die Neuauflage seines Buches „Physik der Sternatmosphären“, Kap. XI). Wir stellen hier nur die Ergebnisse zusammen. Danach ist die Dämpfungskonstante  $\gamma$  in der Sonnenatmosphäre im

wesentlichen durch drei Anteile bestimmt, die sich additiv zusammensetzen:

$$\gamma = \gamma_6 + \gamma_4 + \gamma_{Str} \quad (10)$$

Hierbei bezieht sich das erste Glied auf *die* Dämpfung, die durch die mit  $r^{-6}$  gehende Störung durch van der Waals-Kräfte bei Stößen neutraler Atome hervorgerufen wird;  $\gamma_4$  gibt den Anteil der mit  $r^{-4}$  gehenden Stoßdämpfung der Elektronen und Ionen;  $\gamma_{Str}$  ist der Anteil der Strahlungsdämpfung.

Die Dämpfungskonstante für van der Waals-Verbreiterung ist nach LINDHOLM (1942) gegeben durch

$$\gamma_6 = 17.0 \cdot C^{\frac{2}{5}} \cdot v^{\frac{3}{5}} \cdot N \quad (11)$$

mit  $C$ : Wechselwirkungskonstante ( $\Delta\omega = \frac{2\pi C}{r^6}$ );  $N$ : Zahl der stoßenden Teilchen pro Kubikzentimeter;  $v = \sqrt{\frac{8}{\pi} R T \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)}$  Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner;  $R$ : Gaskonstante;  $\mu_i$ : Molekulargewichte.

Für die Wechselwirkungskonstante  $C$  ergibt eine Näherungsformel [vgl. A. UNSÖLD (1938), § 71]:

$$C = \frac{e^2}{h} \cdot \alpha \cdot \overline{r_e^2} \quad (12)$$

$\alpha$ : Polarisierbarkeit des stoßenden Teilchens;  $\overline{r_e^2}$ : Mittelwert des Quadrates des Bahnradius des gestoßenen Teilchens;  $e, h$ : Elementar-konstanten.

(12) ist gültig, wenn das Termschema des stoßenden Teilchens über dem Grundterm eine Lücke von mehr als 10 eV aufweist, wie es beim Wasserstoff und den Edelgasen der Fall ist.

Nach dem Vorgang von A. UNSÖLD ersetzen wir den Mittelwert des Quadrates des Bahnradius in (12) näherungsweise, unter Verwendung effektiver Quantenzahlen, durch das entsprechende Matrixelement des Wasserstoffs:

$$C = \frac{e^2}{h} \cdot \alpha \cdot \frac{a_0^2}{2} \cdot \frac{n^{*2}}{Z^2} \{5 n^{*2} + 1 - 3 l(l+1)\} \quad (13)$$

$a_0$ : Bohrscher Radius,  $l$ : Nebenquantenzahl,  $Z$ : eff. Kernladung (1, 2).  $n^*$ : eff. Hauptquantenzahl, bestimmt durch  $n^{*2} = \frac{13.6 \cdot Z^2}{\chi_r - \chi_{r,s}}$ ,  $\chi_r$ : Ionisationspotential,  $\chi_{r,s}$ : Anregungspotential.

Wir dürfen erwarten, daß diese Approximation um so besser ist, desto wasserstoffähnlicher der betrachtete Übergang des gestoßenen Atoms ist.

Als Stoßpartner kommt wegen der überwiegenden Häufigkeit auf der Sonne praktisch allein Wasserstoff in Betracht.

Für Laboratoriumsmessungen stehen hingegen nur die Edelgase zur Verfügung. Für einige wenige Linien — vor allem Resonanzlinien der



Alkalien — sind solche Messungen durchgeführt worden. Man bestimmt die Wechselwirkungskonstanten der Edelgase nach (11) und kann dann im Prinzip die des Wasserstoffs nach (12) berechnen, da die Polarisierbarkeiten bekannt sind. Eine Zusammenstellung der Laboratoriumsmessungen findet man bei A. UNSÖLD und V. WEIDEMANN (Stratton-Festschrift).

Dabei ergab ein Vergleich, daß man die Beobachtungen durch (12) im allgemeinen richtig wiedergeben konnte. Darüber hinaus ergab sich, daß zur Berechnung der Wechselwirkungskonstante eines *Übergangs* — in Übereinstimmung mit den Forderungen der Quantenmechanik [WEISSKOPF (1932)] — die *Differenz* der Wechselwirkungskonstanten der einzelnen Terme nach (12) und (13) gebildet werden muß, da in vielen Fällen die Störempfindlichkeit des oberen Terms die des unteren nicht genügend überwiegt, um eine Vernachlässigung desselben zu rechtfertigen. Das Ergebnis dieser Untersuchung ermutigt uns, (12) und (13) für die weiteren Rechnungen zugrunde zu legen.

Mit einem Häufigkeitsverhältnis H/He wie 5:1 ergibt sich für die Sonne nach (11) mit  $\alpha(\text{H}) = 6.63 \cdot 10^{-25}$ ,  $\alpha(\text{He}) = 2.06 \cdot 10^{-25}$ :  $\gamma_{\text{H}}/\gamma_{\text{He}} = 12.0$ ;  $\gamma_{\text{H}} + \gamma_{\text{He}} = 1.08 \gamma_{\text{H}}$  oder

$$\gamma_6 = \gamma_{\text{H}} + \gamma_{\text{He}} = 18.4 \cdot C_{\text{H}}^{\frac{2}{5}} \cdot v^{\frac{3}{5}} \cdot N_{\text{H}}. \quad (14)$$

Wir ersetzen noch  $v$  und  $N_{\text{H}}$  durch  $P_g$  und  $T$  und logarithmieren

$$\log(\gamma_{\text{H}} + \gamma_{\text{He}}) = 19.55 + \frac{2}{5} \log C_{\text{H}} + \log P_g - \frac{7}{10} \log T. \quad (15)$$

In gleicher Weise schreiben wir für die Elektronenstoßdämpfung [vgl. VOIGT (1950)] ( $E$ : Elektronen,  $i$ : Ionen):

$$\log \gamma_E = 19.38 + \frac{2}{3} \log C_E + \log P_e - \frac{5}{6} \log T; \quad \gamma_{E+i} \sim 1.19 \gamma_E, \quad (16)$$

jedoch ist dieser Anteil der Gesamtdämpfung in den meisten Fällen zu vernachlässigen, wenn nicht besonders Starkeffekt-empfindliche Linien vorliegen. Bei einer Reihe von Linien wurde  $C_E$  gemessen (LANDOLT-BÖRNSTEIN).

Die Strahlungsdämpfung schließlich berechnen wir nach

$$\gamma_{\text{Str}} = \gamma_m + \gamma_n = \frac{1}{T_m} + \frac{1}{T_n} \quad \gamma_m \sim 6.6 \cdot 10^{15} \cdot \frac{1}{g_m} \sum_i \frac{g_i f_{mi}}{\lambda_{mi}^2} \quad i < m \quad (17)$$

$m$ : oberer Term  $T_i$ : Abklingzeit,  $f_{mi}$ : Absorptions-Oszillatorenstärken,  
 $n$ : unterer Term  $g_i$ : statische Gewichte  
 gegebenenfalls unter Ausnutzung der Summenregeln.

### 3. Berechnung der Linienkonturen.

Unter der Voraussetzung, daß die Reemission nach dem Schema „wahre Absorption“ erfolgt, ergibt sich die Linieneinsenkung [vgl. etwa

PECKER (1951)] zu

$$r = \int_0^{\infty} g'(\tau_0) e^{-\tau_0} \frac{\kappa_v^+}{\kappa_0^+} d\tau_0. \quad (18)$$

$\kappa_v^+ = \kappa_v(\text{pro Atom}) \cdot \zeta \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$ : Linienabsorptionskoeff. pro schweres Teilchen

Dabei ist, unter Verwendung der Voigtfunktion  $H(\alpha, v)$  geschrieben

$$\frac{\kappa_v^+}{\kappa_0^+} = \frac{2 \pi^{\frac{3}{2}} \cdot e^2}{m \cdot c \cdot \Delta \omega_D} \cdot \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot H(\alpha, v) \cdot \zeta \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \cdot \frac{1}{\kappa_0^+}; \quad (19)$$

$$v = \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_D}; \quad \frac{2 \pi^{\frac{3}{2}} e^2}{m \cdot c} = 9.40 \cdot 10^{-2}.$$

Für die Linienflügel geht  $H(\alpha, v)$  über in

$$H(\alpha, v) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{v^2} \quad \text{für } v \gg 1. \quad (20)$$

Wir versuchen nun eine Darstellung der Form

$$H(\alpha, v) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{v^2} \{1 + R(v)\}, \quad (21)$$

deren Gültigkeitsbereich vom Flügel her noch ein ganzes Stück in die Flanken bzw. den Kern der Linie hineinreichen wird.

Nach A. UNSÖLD (1938), § 44, (19) und (29) bzw. § 66, (16) der Neuauflage gilt

$$H(\alpha, v) = e^{-v^2} + \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{v^2} \left[ 1 + \frac{1 \cdot 3}{2 v^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2 v^2)^2} + \dots \right] \quad (22)$$

Für  $v > 3.5$  ist  $e^{-v^2}$  zu vernachlässigen, wenn wir nur die angegebenen Glieder der Entwicklung berücksichtigen. Dann gilt

$$1 + R(v) \approx 1 + \frac{1 \cdot 3}{2 v^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2 v^2)^2}. \quad (23)$$

Wir ersetzen sodann im Korrektionsglied  $v$  durch seinen Mittelwert, zweckmäßig seinen Wert im Schwerpunkt der Linienbildung, und erreichen dadurch, daß das so gebildete  $1 + R(\bar{v})$  von der Tiefe unabhängig wird. Dieses Vorgehen ist gerechtfertigt, da die Tiefenabhängigkeit von  $\Delta \lambda_D$  ohnehin gering ist. Dann geht (19) über in

$$\frac{\kappa_v^+}{\kappa_0^+} = 7.5 \cdot 10^{-25} \cdot \frac{\lambda^4}{(\Delta \lambda)^2} \{1 + R(\bar{v})\} \cdot \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot \zeta \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \cdot \gamma \cdot \frac{1}{\kappa_0^+}. \quad (24)$$

Alle von der Tiefe unabhängigen Größen in (24) fassen wir zusammen zu

$$w = 7.5 \cdot 10^{-25} \cdot \frac{\lambda^4}{(\Delta \lambda)^2} \{1 + R(\bar{v})\} \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i} \quad (\text{für } v > 3.5) \quad (25)$$

Tabelle 13.  $\log [1 + R(v)]$   
als Funktion von  $v$ .

| $v$  | $\log [1 + R(v)]$ |
|------|-------------------|
| 3.5  | 0.061             |
| 4.0  | 0.047             |
| 5.0  | 0.028             |
| 6.0  | 0.019             |
| 8.0  | 0.011             |
| 10.0 | 0.006             |
| 12.0 | 0.004             |

Damit wird (24) zu

$$\frac{\kappa_v^+}{\kappa_0^+} = w \cdot \frac{\xi \cdot \gamma}{\kappa_0^+} \quad (26)$$

und (18) erhält die Form

$$r = w \int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'(\tau_0)}{\kappa_0^+} \cdot e^{-w \int_0^{\tau_0} \frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+} d\tau_0} d\tau_0. \quad (27)$$

Für ein vorgegebenes Modell und eine bestimmte Linie gibt (27):  $r(w)$  mit (25):  $w(\Delta\lambda)$  die Kontur.

Um eine Kontur auf diese Weise zu erhalten, berechnet man  $\xi, \gamma, \frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+}, w \cdot \int_0^{\tau_0} \frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+} d\tau_0$  und  $\frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+}$ , wobei man  $w$  eine Reihe von Zehnerpotenzen (und gegebenenfalls Zwischenwerte) so durchlaufen läßt, daß nach Durchführung der weiteren Operationen, die zu (27) führen, im Endergebnis  $r(w)$  in den praktisch allein interessierenden Bereich  $0.1 < r < 0.7$  fällt.

Für die *Linienflügel* geht (27) mit kleiner werdendem  $w$  über in

$$r = w \int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0 \quad (28)$$

$r$  ist hier also proportional  $w$ , und es genügt, das in (28) eingehende Integral zu berechnen.

Bekanntlich ist die „*Flügelstärke*“  $c$  durch die Gleichung  $r = \frac{c}{(\Delta\lambda)^2}$  definiert. Wir finden sie nach (28), indem wir diese Gleichung mit  $(\Delta\lambda)^2$  multiplizieren, zu

mit  $w \cdot (\Delta\lambda)^2$  nach (25)  
(für  $v \gg 1$ :  $R(v) \rightarrow 0$ )

$$c = 7.5 \cdot 10^{-25} \cdot \lambda^4 \cdot \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\Sigma \varepsilon_i} \cdot \int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0. \quad (29)$$

Gleichung (27) gibt, zusammen mit (25), das *exakte* Linienprofil. Will man nun — bei vorgegebenem Modell — die Konturen einer *größeren* Zahl von Linien hiernach bestimmen, so empfiehlt sich eine Schematisierung, mittels derer man schneller zum Ziel kommt, als auf dem oben angegebenen Wege numerischer Berechnung. Dies Ziel ist die Auffindung der „*Wachstumskurve* für *Linien einsenkung*“  $r(w)$  — der Übergang zu  $r(\Delta\lambda)$  läßt sich dann nach (25) leicht vollziehen.

Streng gehört zu jeder Linie nach (27) eine „*individuelle*“ Wachstumskurve. In welcher Hinsicht unterscheiden sich diese voneinander? Nach (28) geht  $r(w)$  für  $w \rightarrow 0$  in eine Gerade über, deren Steigung durch

$\int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$  gegeben ist. Diesen leicht zu übersehenden Unterschied zwischen den einzelnen Wachstumskurven eliminieren wir, indem wir als Argument von nun an  $w \cdot \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$  wählen, so daß die Geraden zusammenfallen. Mit größer werdendem  $w$  treten dann wegen des Exponentialgliedes in (27) Abweichungen von der Geradengestalt auf, und zwar wiederum für jede Linie in anderer Weise: man entnimmt aus (27)

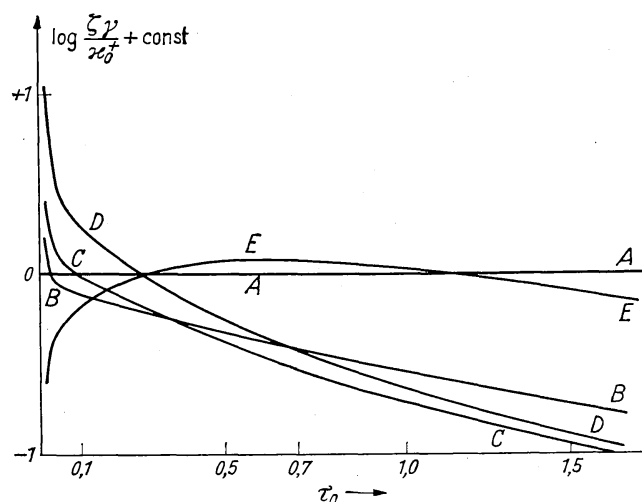


Abb. 9. Verschiedene „Typen“ der Tiefenabhängigkeit von  $\xi \gamma / \kappa_0^+$ .

a) bei festgehaltener Wellenlänge — d. h. Verlauf von  $g'(\tau_0, \lambda)$  festliegend — ist  $r(w)$  ein Funktional von  $\frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+}(\tau_0)$ . Man ersieht aus (27), daß es hierbei bezüglich der Gestalt von  $r\left(w \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0\right)$  auf einen konstanten Faktor in  $\frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+}$  nicht ankommt, da er mit in  $w$  hineingezogen werden kann;

b) bei gleichem Verlauf von  $\log \frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+}(\tau_0)$  hängt die Gestalt der Wachstumskurve über die Gewichtsfunktion noch von dem Parameter  $\lambda$  ab.

Die *Schematisierung* besteht nun darin, a) für eine Reihe charakteristischer „Typen“ der Tiefenabhängigkeit von  $\log \frac{\xi \gamma}{\kappa_0^+}(\tau_0)$  und b) für einige bestimmte Werte von  $\lambda$  die Funktion  $r\left(w \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0\right)$  auszurechnen. Für eine beliebige vorgegebene Linie kann man dann aus der so ermittelten zweiparametrischen Schar die maßgebende Wachstumskurve durch Interpolation entnehmen.

In Praxi berechneten wir für  $\log \lambda = 3.6, 3.7, 3.8$  und  $3.9$  und die „Typen“ A, B, C, D und E (vgl. Abb. 9) für festgehaltenes  $w$  eine Reihe

von Punkten, mit deren Hilfe dann die theoretischen Wachstumskurven für Linieneinsenkung gezeichnet werden konnten.

Weiterhin erwies es sich als zweckmäßig,  $r$  als Funktion von  $\log w \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$  aufzutragen, da dadurch der Übergang von  $r(w)$  auf  $r(\Delta\lambda)$  erleichtert wird: man trägt einmalig  $\log(1 + R(\bar{v})) - 2 \log \Delta\lambda$  auf einem Streifen Millimeterpapier auf, rechnet sodann

$$\log 7.5 \cdot 10^{-25} \lambda^4 \frac{g_L f_L}{g_{r,s}} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\Sigma \varepsilon_i} \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0 = \log c$$

aus und bringt den Streifen für  $\Delta\lambda = 1$  mit diesem Argument zur Deckung.  $r(\Delta\lambda)$  liest man dann unmittelbar unter den markierten Stellen des Streifens ab.

Es läßt sich dabei auch sehr leicht übersehen, wie sich eine *Variation* irgendeiner der in  $\log c$  eingehenden Größen auf die Linienkontur auswirkt; insbesondere lassen sich *Konturenscharen* (Parameter  $c$ ) schnell konstruieren.

#### 4. Empirische Bestimmung der Flügelstärken.

Für den von uns geplanten Vergleich zwischen beobachteter und berechneter *Dämpfung* eignet sich am besten die Flügelstärke nach Gleichung (29). Zu deren empirischer Bestimmung wurde bisher das MINNAERTSche Verfahren (1935) angewandt [vgl. auch HOUTGAST (1942)]. Hierbei wird angenommen, daß die Linienkontur in den Flügeln durch den Ausdruck  $\frac{i}{i_0} = \frac{1}{1 + \frac{c}{\Delta\lambda^2}}$  oder  $r = \frac{i}{i_0} \frac{c}{\Delta\lambda^2}$  ( $i$ : Intensität in der Linie,  $i_0$  Intensität des Kontinuums) gegeben ist.

HOUTGAST (1942) weist darauf hin, daß wir nur den Verlauf  $r = \frac{c}{\Delta\lambda^2}$  theoretisch begründen können; er benutzt zur Reduktion seiner Messungen aber trotzdem den MINNAERTSchen Ausdruck, weil hierdurch die Konturen besser wiedergegeben werden. Dabei wurde mit dem Faktor  $\frac{i}{i_0}$  also empirisch und nur qualitativ dem Unterschied zwischen (27) und (28) Rechnung getragen<sup>1</sup>.

Demgegenüber werden wir nun jede Linie mit der zu ihr gehörigen, theoretischen, nach dem Verfahren des letzten Abschnittes gewonnenen Kontur vergleichen. Auf diese Weise können wir gemessene Punkte der Linienprofile bis zu bedeutend größeren Einsenkungen (in Praxi bis  $r \sim 0.5$ ) zur Bestimmung der Flügelstärken heranziehen.

<sup>1</sup> Für  $r > 0.1$  sind die Abweichungen zwischen (27) und (28) bereits größer als 10%, wie man aus den Wachstumskurven für Linieneinsenkung ersehen kann.

Wir zeichnen zu diesem Zwecke die nach dem Vorgang des letzten Abschnitts gefundenen Wachstumskurven  $r \left( w \int \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0 \right)$  um, indem wir als Ordinate nunmehr  $\log \frac{i}{i_0} = \log(1 - r)$  verwenden. Aus der zu untersuchenden Kontur entnehmen wir  $\frac{i}{i_0} (\Delta \lambda)$ , berechnen  $\log \frac{i}{i_0}$  und tragen es auf durchsichtigem Millimeterpapier gegen  $-2 \log \Delta \lambda + \log \{1 + R(\bar{v})\}$  (zweckmäßig wie obiger Streifen ein für allemal markiert) auf. Nunmehr schieben wir die Meßpunkte auf die Wachstumskurven auf — wobei horizontale *und* vertikale Verschiebungen zugelassen sind —, bis sie in ihrer Gesamtheit am besten mit der zugehörigen Wachstumskurve übereinstimmen.

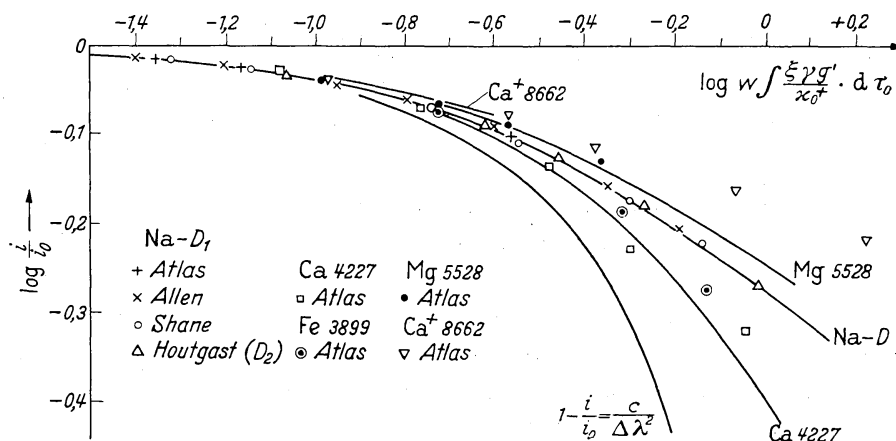


Abb. 10. Theoretische Wachstumskurven für Linieneinsenkung (ausgezogene Linien) und beobachtete Konturen.

Da die theoretischen Wachstumskurven sich nach „Typ“ und Wellenlänge in ihrer Gestalt unterscheiden, ist es von vorneherein nicht gesagt, ob das überhaupt möglich ist. Die Durchführung dieses Verfahrens bei einer großen Zahl von Linien zeigte aber, daß die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung in dieser Hinsicht sehr gut ist. Abb. 10 gibt einige Beispiele.

Mit der *Horizontalverschiebung* bestimmen wir die empirische *Flügelstärke*, indem wir unter  $\Delta \lambda = 1$  bzw.  $\log \Delta \lambda = 0$  das zugehörige Argument unserer theoretischen Kurvenschar ablesen.

Die *Vertikalverschiebung* gibt die Lage des *wahren Kontinuums* in Einheiten unserer Meßgrößen  $i/i_0$ . Es ist auf diese Weise möglich, individuelle Willkür bei der Festlegung des Kontinuums — auch bei Übernahme von Daten anderer Autoren — zu eliminieren. Das zeigte die Durchführung des Verfahrens bei der Na-D-Linie, für die Messungen verschiedener Herkunft zur Verfügung standen. Tab. 14 gibt die Ergebnisse.



Tabelle 14. *Bestimmung der Flügelstärke der Na-D-Linie.*

|                    | $r(\Delta\lambda = 1)$ | $\log c$ | $\frac{i_{0w}}{i_0}$ |
|--------------------|------------------------|----------|----------------------|
| Atlas (1940) . . . | 0.047                  | —1.37    | 1.00                 |
| ALLEN (1939) . . . | 0.037                  | —1.40    | 1.00                 |
| SHANE (1941) . . . | 0.110                  | —1.35    | 0.97                 |
| HOUTGAST (1942) .  | 0.040                  | —1.35    | 1.00                 |
| PRIESTER (1953) .  | 0.045                  | —1.41    | 0.99                 |

1. Spalte: Herkunft des Profils; 2. Spalte: Linieneinsenkungen bei  $\Delta\lambda = 1.0$  nach Angaben der Autoren; 3. Spalte: Flügelstärkenbestimmung nach unserem Verfahren; 4. Spalte: Durch unser Verfahren ermittelte Lage des wahren Kontinuums  $i_{0w}$  im bezug auf die von den Autoren angenommene.

Die gleichzeitige Bestimmung von Flügelstärke und Lage des wahren Kontinuums nach unserem Verfahren liefert also, unabhängig von der ursprünglichen Festlegung der Kontinua durch die einzelnen Autoren, bei den verschiedenen Meßreihen für die Flügelstärken praktisch übereinstimmende Ergebnisse.

Im allgemeinen werden sowohl die Flügelstärken zu schwach gemessen, als auch das Kontinuum zu tief gelegt. Für die letztere Aussage noch ein Beispiel aus dem Utrechter Atlas:

MICHARD (1950) untersucht den Verlauf des wahren Kontinuums im Atlas für  $\lambda\lambda$  4000—3700 Å. Er basiert seine Angaben auf der Annahme, daß  $\lambda$  4000 ein „Fenster“ sei, das also die Lage des wahren Kontinuums angebe. Nach unserer Bestimmung der Flügelstärken der H- und K-Linien (Einfluß beider Linien;) ist an jener Stelle sicher noch eine Einsenkung von  $r = 0.03$  vorhanden. Das wahre Kontinuum liegt also dort bei  $i_{Atlas} = 103$  und alle Angaben MICHARDs sind entsprechend zu korrigieren.

Auch eine nur geringfügige Unterschätzung des Kontinuums führt, wie bekannt [vgl. z. B. MINNAERT (1935)], meist zu einer erheblichen Verfälschung der Äquivalentbreiten starker Linien, so daß man stets, nach Festlegung des Kontinuums und Bestimmung der Flügelstärke,

die Fläche unter den Flügeln gemäß  $\int_{\Delta\lambda}^{\infty} \frac{c}{\Delta\lambda^2} d\Delta\lambda = \frac{c}{\Delta\lambda}$  berechnen sollte.

Mit Hilfe so bestimmter Flügelstärken und der zugehörigen, theoretischen Wachstumskurve für Linieneinsenkung lassen sich andersherum schnell theoretische Linienprofile bis zu Einsenkungen von  $r \approx 0.5$  einzeichnen; und dadurch ist es häufig möglich, *blends* voneinander zu trennen.

Mit diesem Verfahren wurden sämtliche Flügelstärken, die im übernächsten Abschnitt zum Vergleich mit der Theorie herangezogen werden, bestimmt. Die Genauigkeit liegt bei Linien für  $\lambda > 4000$  Å und  $\log c = -2.0$  bei  $\Delta \log c = 0.05$ . Im UV einerseits und für Linien, die relativ

schwach sind andererseits, erhöht sich die Ungenauigkeit ( $\Delta \log c: 0.1-0.2$ ). Die Stärke des Verfahrens liegt in der Heranziehung *der* Punkte, für die  $0.5 > r > 0.1$  ist. In diesem Bereich waren die verwendeten Linien im Utrechter Atlas genügend gut definiert und, mit Ausnahme vielleicht der schwächsten, sicher nicht durch mangelndes Auflösungsvermögen verfälscht.

Wir beschränkten uns daher bei der Bestimmung der Flügelstärken auf den Atlas und zogen nur, soweit vorhanden, Angaben von HOUTGAST (1942) zum Vergleich heran. [Für Mg  $\lambda$  8806, außerhalb des Bereiches des Atlas, verwendeten wir die Flügelstärke nach VOIGT (1950).]

### 5. Berechnung der Flügelstärken.

Wir berechnen die Flügelstärke nach (29). In der Auswahl geeigneter Linien sind wir vor allem an die Kenntnis der *Oszillatorenstärken* gebunden. In *Tab. 15, Spalte 3*, haben wir hinter  $\log g_L f_L$  deren Herkunft wieder durch einen Referenzbuchstaben gekennzeichnet. Die Häufigkeit des betrachteten Elementes ist in der ersten Spalte mitaufgeführt. Gelegentlich standen nur relative  $f$ -Werte zur Verfügung. In solchen Fällen konnte dann lediglich das Produkt  $g_L f_L \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  aus einer Reduktion schwacher Linien — für die  $f$ -Werte der gleichen Skala vorlagen —, mit Hilfe der Methode der Wachstumskurve bestimmt werden. Solche Linien sind in Spalte 1 durch einen Stern gekennzeichnet, in Spalte 3 erscheint dann der Logarithmus des Produktes  $g_L f_L \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$ . Für *Eisen* haben wir die Ergebnisse der Rechnung in einer Sondertabelle (Tab. 16) aufgeführt. Hierbei erscheinen gelegentlich mehrere Referenzbuchstaben in Spalte 3, in solchen Fällen ist ein Anschluß relativ gemessener oder nach Summenregeln berechneter  $f$ -Werte an Absolutwerte anderer Herkunft vorgenommen worden; in Klammern hinzugefügte Zahlen geben die Nummer des Multipletts (nach MOORE), in denen die Bezugslinien liegen.

In den nächsten drei Spalten folgen: die Wechselwirkungskonstanten  $C_H$ , getrennt für den oberen Term und die Differenz, nach (13);  $C_E$ , soweit gemessene Werte vorlagen, ein Strich deutet darauf hin, daß die Elektronenstoßdämpfung nicht berücksichtigt wurde — in Tab. 16 wurde diese Spalte weggelassen und  $\gamma_{Str}$  nach (17) berechnet, doch stellen diese Angaben oft nur Abschätzungen dar, da häufig die zur Berechnung erforderlichen Oszillatorenstärken fehlten.

Nach (15), (16), (17) und (10) berechnen wir sodann  $\gamma_{gesamt}$ . Hier, sowie bei der Berechnung von  $\frac{1}{g_{r,s}} \zeta$  nach BOLTZMANN und SAHA, und schließlich für  $\kappa_0^+$ , benutzen wir die Werte aus Tab. 12.

10\*

Tabelle 15. Vergleich beobachteter und berechneter Flügelstärken bei verschiedenen Elementen.

| 1                                                                         | 2                                                                             | 3                           | 4                                      | 5                      | 6                   | 7                             | 8                                                                                   | 9                      | 10                                   | 11                                                         | 12                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------------|------------------------|---------------------|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Element<br>[ $\lambda_T$ ]<br>$\log \frac{\epsilon_b}{\Sigma \epsilon_b}$ | $\lambda_{\text{Int. Lab.}}$<br>(MOORE Nr.)<br>Übergang<br>$\Delta j$<br>[eV] | $\log g_L f_L$<br>Konfigur. | a<br>$C_H$<br>Diff. Term<br>$10^{-32}$ | b<br>ob.<br>$10^{-32}$ | $C_E$<br>$10^{-16}$ | $\gamma \text{Str}$<br>$10^8$ | $\log \frac{1}{g_{r,s}} \times$<br>$\int \frac{\gamma \gamma'}{\kappa_0^+} d\tau_0$ | $\tau_{0,s}$<br>$10^8$ | $\log e$<br>beob.<br>(HOUT-<br>GAST) | Typ $\log$<br>$\frac{c_{\text{beob.}}}{c_{\text{theor.}}}$ | Bemerkungen                                                                                                                                                                                  |
| Na<br>[5.14]<br>—5.95                                                     | (1) 5889.953 $\frac{1}{2} - \frac{3}{2} D_2$                                  | 0.125                       | 1.2                                    | 2.5                    | 5                   | 0.62                          | 0.725 + 29                                                                          | 0.2                    | —1.07<br>(—1.05)                     | B                                                          | $C_E$ nach GABLER<br>(LANDOLT-BÖRNSTEIN)                                                                                                                                                     |
|                                                                           | 5895.923 $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} D_1$                                      | 0.824—1                     |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        | —1.37<br>(—1.35)                     |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
| Mg<br>[6.17]<br>—4.85                                                     | $3^2S - 3^2P^0$ 0.00—2.10                                                     |                             |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        | —0.45<br>(—0.43)                     |                                                            | nach TREFFTZ ist $\log g_L f_L$<br>um 0.09 kleiner $\rightarrow$ das<br>Ergebnis um 0.09 größer                                                                                              |
|                                                                           | (2) 5183.604 2—1                                                              | 0.91—1                      |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        | —0.67<br>(—0.63)                     | B                                                          |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | 5172.684 1—1                                                                  | 0.69—1                      | 4.2                                    | 5.0                    | 30                  | 1.1                           | 0.49 + 29                                                                           | 0.1                    | —1.15<br>(—1.05)                     |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | 5167.321 0—1                                                                  | 0.21—1                      |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        | —1.15<br>(—1.05)                     |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | $3^3P^0 - 4^3S$ 2.70—5.09                                                     |                             | 2.5                                    | 4.5                    |                     | 4.7                           | 0.83 + 27                                                                           | 0.2                    | —1.15                                | A                                                          | $c$ nach VOIGT (1950)                                                                                                                                                                        |
|                                                                           | (7) 8806.7 1—2                                                                | —0.02<br>+0.29              | f                                      |                        |                     |                               |                                                                                     | 0.2                    | —1.78                                | A                                                          | $C_E$ für $3^1P - n^1D$ nach<br>VOIGT (1950)                                                                                                                                                 |
| Al<br>[5.97]<br>—5.95                                                     | $3^1P^0 - 3^1D$ 4.33—5.73                                                     | 0.68—2                      | 18                                     | 20                     | 775                 | 4.5                           | 0.43 + 28                                                                           | 0.37                   | —1.69                                | A                                                          |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | (9) 5528.4 1—2                                                                | 0.46—1                      | p                                      | 57                     | 2650                | 4.5                           | 0.79 + 28                                                                           | 0.47                   |                                      | A                                                          |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | $3^1P^0 - 4^1D$ 4.38—6.56                                                     | 0.58—1                      | p                                      |                        |                     |                               |                                                                                     | 0.1                    | —1.25                                | C                                                          | Im Flügel von $Ca^{+} - K$                                                                                                                                                                   |
|                                                                           | (11) 4702.9 1—2                                                               | 0.415—1                     | d                                      | 3.4                    | 80                  | 1.6                           | 0.97 + 30                                                                           | 0.1                    |                                      |                                                            | $C_E$ : S. Pap. Inst. Res.<br>Tokyo 266 (1980)                                                                                                                                               |
| Ca<br>[6.11]<br>—5.91                                                     | $3^2P^0 - 4^2S$ 0.00—3.13                                                     |                             |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     | 9.5                    | —0.48<br>(—0.65)                     | D                                                          | Die Häufigkeit des Ca<br>relativ unsicher                                                                                                                                                    |
|                                                                           | (2) 4226.728 0—1                                                              | 0.260<br>0.165              | a<br>f                                 | 1.4                    | 11.2                | 2.2                           | 0.57 + 30                                                                           | 0.07                   |                                      |                                                            | (): Ergebnis, falls 6162 mit<br>der aus $\lambda$ 4456 gewonnenen<br>Häufigkeit: —5.68 redu-<br>ziert wird                                                                                   |
|                                                                           | $4^3S - 4^1P^0$ 0.00—2.92                                                     | 0.61—1                      | a                                      | 3.9                    | 6.2                 | —                             | 0.69 + 28                                                                           | 0.2                    | —2.07                                | B                                                          | Die Flügelstärken wurden<br>von vornherein im Ver-<br>hältnis 2:1 festgelegt und<br>durch bestmögliche Ein-<br>passung unter Berücksich-<br>tigung des wahren Konti-<br>numverlaufs bestimmt |
|                                                                           | (3) 6162.172 2—1                                                              |                             |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     | 15                     |                                      |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
| Ca <sup>+</sup><br>[11.90]<br>—5.91                                       | $4^3P^0 - 5^3S$ 1.89—3.89                                                     |                             |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        |                                      |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | (1) 3933.664 $\frac{1}{2} - \frac{3}{2} K$                                    | 0.17                        |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     | 0.35                   | +1.63<br>(+1.59)                     | B                                                          |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | 3968.470 $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} H$                                        | 0.87—1                      | g                                      | 1.3                    | —                   | 1.6                           | 0.90 + 32                                                                           |                        | +1.33<br>(+1.42)                     |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | $4^2S - 4^2P^0$ 0.00—3.14                                                     | —0.25<br>(—0.58)            | g<br>h                                 |                        |                     |                               |                                                                                     |                        | +0.48<br>(+0.27)                     |                                                            |                                                                                                                                                                                              |
|                                                                           | (2) 8542.089 $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$                                      |                             |                                        |                        |                     |                               |                                                                                     |                        |                                      |                                                            |                                                                                                                                                                                              |

## Metallhäufigkeiten, Druckschichtung, Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre. 137

| [12.89]<br>—8.90<br>(—9.55) | (1) 4240.838<br>a <sup>1</sup> D—z <sup>1</sup> D <sup>0</sup>    | 2—2<br>0.31—3.22                                               | +0.14<br>s—p                                               | 1.0        | 4.2        | —   | 1.0  | 0.92         | +31        | 0.3          | 22           | —2.70                   | —0.24<br>(+0.41)        | des Typs, da dieser nicht<br>zur Bestimmung von $\epsilon$ er-<br>forderlich<br>2. Häufigkeitsangabe, ( ),<br>aus den Meteoritenanalysen<br>[UREY (1952)]<br>Einzelpaare zur Reduk-<br>tion verwandt<br>$\gamma$ Sfr wurde nicht abge-<br>schätzt |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------|------------|-----|------|--------------|------------|--------------|--------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ti *                        | (4) 5210.381<br>a <sup>3</sup> F—z <sup>3</sup> F <sup>0</sup>    | 4—4<br>0.05—2.41                                               | —8.41<br>d <sup>3</sup> s <sup>2</sup> —d <sup>3</sup> s p | 0.36       | 1.07       | —   | —    | 0.42         | +29        | 0.1          | 3.0          | —3.20                   | +1.05                   |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| [6.81] *                    | (38) 4981.732<br>4991.067                                         | 5—6<br>4—5                                                     | —7.22<br>—7.33                                             | 0.90       | 1.82       | —   | —    | 0.21         | +29        | 0.17         | 16           | —3.22<br>—3.40          | +0.15<br>+0.08          |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Cr *                        | a <sup>5</sup> G—y <sup>5</sup> G <sup>0</sup>                    | 0.84—3.32                                                      | d <sup>3</sup> s—d <sup>3</sup> p                          | 0.74       | 1.45       | 1.2 | 0.26 | 0.50         | +30        | 0.11         | 3.7          | —1.95                   | +0.88                   | Bei Cr wurde $\log g/L/\Sigma \epsilon_i$<br>mit Hilfe der Methode der<br>Wachstumskurve unter<br>gleichzeitiger Heranziehung<br>von 91 schwachen Linien<br>bestimmt, (Abb. 12), da ge-<br>nügend gemessene $f$ -Werte<br>vorliegen (Ref. 1)      |
| [6.76] *                    | (1) 4254.346<br>a <sup>3</sup> S—z <sup>3</sup> P <sup>0</sup>    | 3—4<br>0.00—2.91                                               | —7.72<br>d <sup>5</sup> s—p                                | 1.01       | 1.89       | —   | 1.06 | 0.55         | +29        | 0.17         | 6.4          | —2.40<br>—2.25<br>—2.20 | +0.79<br>+0.72<br>+0.67 |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| *                           | (18) 5409.79<br>5345.807                                          | 4—3<br>3—2                                                     | —7.83<br>—8.10                                             | 0.91       | 1.89       | —   | 1.06 | 0.47         | +29        | 0.18         | 7.4          | —2.85<br>—3.10          | +0.72<br>+0.74          |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| *                           | a <sup>3</sup> D—z <sup>3</sup> P <sup>0</sup>                    | 1.00—3.31                                                      | d <sup>4</sup> s <sup>2</sup> —d <sup>5</sup> p            | 4.95       | 6.46       | —   | 0.26 | 0.68         | +27        | 0.25         | 18.5         | —2.95<br>—2.60          | +1.46<br>+1.62          | $f$ -Werte sicher falsch                                                                                                                                                                                                                          |
| Fe                          | (93) 7400.23<br>7402.37                                           | 3—3<br>4—3                                                     | —7.45<br>—7.28                                             |            |            |     |      |              |            |              |              |                         |                         |                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                             | z <sup>7</sup> P <sup>0</sup> —e <sup>7</sup> S                   | 2.92—4.58                                                      | d <sup>5</sup> p—s                                         |            |            |     |      |              |            |              |              |                         |                         |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Ni *                        | (156) 7727.66<br>z <sup>3</sup> D <sup>0</sup> —e <sup>3</sup> D  | 3—3<br>3.66—5.26                                               | —6.26<br>d <sup>9</sup> 4 p—5s                             | 4.0        | 5.4        | —   | —    | 0.47         | +27        | 0.27         | 19.5         | —2.95                   | +0.41                   | Einzelpaare zur Reduktion<br>verwandt (wie bei Titan)                                                                                                                                                                                             |
| [7.61] *                    | (161) 5099.946<br>z <sup>3</sup> D <sup>0</sup> —f <sup>3</sup> D | 3—3<br>3.66—6.08                                               | —6.63 (—6.46)<br>d <sup>9</sup> p—d                        | 6.3        | 7.7        | —   | —    | 0.81         | +27        | 0.33         | 28.0         | —3.20                   | +0.92<br>(+0.75)        |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| *                           | (177) 5115.397<br>z <sup>3</sup> G <sup>0</sup> —f <sup>3</sup> F | 5—4<br>3.82—6.23                                               | —6.07<br>d <sup>8</sup> sp—s·s                             | 10.2       | 15.9       | —   | —    | 0.74         | +27        | 0.35         | 32.6         | —3.40                   | +0.22                   |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Sr <sup>+</sup>             | (1) 4077.714<br>5 <sup>3</sup> S—5 <sup>2</sup> P <sup>0</sup>    | $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{2}$<br>0.00—3.03                     | +0.15<br>a                                                 | 2.2        | 6.5        | —   | 1.4  | 0.15         | +33        | 0.30         | 17.2         | —1.75                   | —0.03                   | Die Häufigkeit wurde<br>nach der Methode der<br>Wachstumskurve mit Hilfe<br>der Linie $\lambda$ 4161<br>(5 <sup>2</sup> P—6 <sup>2</sup> S), Ref. a, be-<br>stimmt                                                                                |
| [10.98]<br>—9.34            | (1) 4554.033<br>4934.086                                          | $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{2}$<br>$\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{2}$ | +0.19<br>—0.11                                             | 3.0<br>2.5 | 7.9<br>7.4 | —   | 1.3  | 0.85<br>0.79 | +32<br>+32 | 0.25<br>16.8 | 17.7<br>16.8 | —2.50<br>—2.55          | —0.30<br>—0.12          | desgl.<br>mit $\lambda$ 3891<br>$\lambda$ 4130<br>$\lambda$ 4166<br>Ref. a<br>und $\lambda$ 4524<br>6 <sup>2</sup> P <sup>0</sup> —7 <sup>2</sup> S<br>Ref. a                                                                                     |
| Ba <sup>+</sup>             | 6 <sup>3</sup> S—6 <sup>2</sup> P <sup>0</sup>                    | 0.00 {2.71<br>2.50                                             |                                                            |            |            |     |      |              |            |              |              |                         |                         |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| [9.96]                      | (2) 6496.896<br>5 <sup>3</sup> D—6 <sup>2</sup> P <sup>0</sup>    | $\frac{3}{2}$ — $\frac{1}{2}$<br>0.60—2.50                     | —0.63<br>a                                                 | 5.2        | 7.4        | —   | 1.3  | 0.21         | +32        | 0.27         | 22.4         | —2.70                   | +0.35                   |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| —9.75                       |                                                                   |                                                                |                                                            |            |            |     |      |              |            |              |              |                         |                         |                                                                                                                                                                                                                                                   |

Tabelle 16. Vergleich beobachteter und berechneter Flügelstärken beim Eisen.

| 1    | 2                     |               | 3          | 4         |                | 6                                                   | 7                                                       | 8                    | 9                                  | 10                                                            | 11                              | 12           |                |                   |             |                                     |
|------|-----------------------|---------------|------------|-----------|----------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------|----------------|-------------------|-------------|-------------------------------------|
|      | $\lambda_{Int. Lab.}$ | Übergang      | $\Delta j$ | [eV]      | Konfiguration  | $\log f_L g_L \frac{\epsilon_i}{\Sigma \epsilon_i}$ | a                                                       | b                    | c                                  | $\gamma Str$<br>$\int \frac{\zeta \gamma q'}{\tau_0} d\tau_0$ | $\log \frac{1}{q_{r,s}} \times$ | $\tau_{0,s}$ | $\bar{\gamma}$ | $\log c$<br>beob. | Typ<br>Gew. | $\log \frac{c_{beob.}}{c_{theor.}}$ |
|      |                       |               |            |           |                |                                                     | $\frac{2}{10^{-38}}$<br>Diff. Term<br>$\Delta \log C_H$ | $C_H$<br>ob.<br>Term | $\frac{2}{\Delta \log C_H} \times$ | $10^8$                                                        |                                 |              | $10^8$         |                   |             |                                     |
| (1)  | 5110.414              | $a^5D-z^7D^0$ | 4-4        | 0.00-2.41 | $d^7s-d^7p$    | -8.95 k                                             | 0.65                                                    | 5.95                 | 0.38                               | —                                                             | 0.165+30                        | 0.1          | 1.9            | -3.2              | 1           | +0.87                               |
|      | 4427.312              | $a^5D-z^7F^0$ | 3-4        | 0.05-2.84 | $d^7s-d^7p$    | -8.20 k                                             | 2.0                                                     | 7.4                  | 0.23                               | —                                                             | 0.405+30                        | 0.1          | 2.9            | -2.6              | 1           | +0.73                               |
|      | 3899.709              | $a^5D-z^5D^0$ | 2-2        | 0.09-3.25 | $d^6s^2-d^6sp$ | -6.99 k                                             | 3.7                                                     | 9.2                  | 0.16                               | 0.05                                                          | 0.55+30                         | 0.1          | 3.9            | -1.52             | D 2         | +0.68                               |
|      | 3895.658              |               | 1-0        |           |                | -7.12                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.65             | 3           | +0.68                               |
|      | 3719.935              |               | 4-5        |           |                | -6.11                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.52             | 2           | +0.84                               |
| (5)  | 3745.561              |               | 2-3        |           |                | -6.30                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.85             | 1           | +0.70                               |
|      | 3679.915              | $a^5D-z^5F^0$ | 4-4        | 0.05-3.36 | $d^6s^2-d^6sp$ | -7.05 k                                             | 4.6                                                     | 10.1                 | 0.14                               | 0.05                                                          | 0.60+30                         | 0.1          | 4.3            | -1.60             | D 1         | +0.70                               |
|      | 3705.567              |               | 3-3        |           |                | -6.79                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.40             | 1           | +0.64                               |
|      | 3722.564              |               | 2-2        |           |                | -6.75                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.50             | 1           | +0.50                               |
|      | 5269.541              |               | 5-4        |           |                | -6.60                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.65             | 2           | +0.72                               |
| (15) | 5328.042              |               | 4-3        |           |                | -6.75                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.75             | 1           | +0.75                               |
|      | 5371.493              | $a^5F-z^5D^0$ | 3-2        | 0.96-3.25 | $d^7s-d^7p$    | -6.93 k                                             | 2.4                                                     | 9.2                  | 0.23                               | 0.05                                                          | 0.465+29                        | 0.14         | 4.9            | -2.00             | C/D 2       | +0.70                               |
|      | 5405.778              |               | 2-1        |           |                | -7.07                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -2.10             | 1           | +0.74                               |
|      | 5397.131              |               | 4-4        |           |                | -7.22                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -2.30             | 1           | +0.69                               |
|      | 5446.920              |               | 2-2        |           |                | -7.20                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -2.25             | 2           | +0.72                               |
| (20) | 3820.428              |               | 5-4        |           |                | -5.34                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.35             | 1           | +0.96                               |
|      | 3825.884              | $a^5F-y^5D^0$ | 4-3        | 0.96-4.29 | $d^7s-d^7p$    | -5.49 k                                             | 8.5                                                     | 15.3                 | 0.10                               | 0.40                                                          | 0.83+29                         | 0.16         | 8.0            | -0.66             | C/D 1       | +0.80                               |
|      | 3887.051              |               | 4-4        |           |                | -6.40                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.80             | 1           | +0.54                               |
|      | 3865.526              |               | 1-1        |           |                | -6.21                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.60             | 1           | +0.56                               |
|      | 3734.867              |               | 5-5        |           |                | -5.16                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.31             | —           | +0.83                               |
| (21) | 3749.487              |               | 4-4        |           |                | -5.26                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.21             | C/D-        | +1.00                               |
|      | 3758.235              | $a^5F-y^5F^0$ | 3-3        | 0.96-4.25 | $d^7s-d^7p$    | -5.38 k                                             | 9.6                                                     | 16.0                 | 0.09                               | 0.48                                                          | 0.87+29                         | 0.16         | 8.0            | -0.70             | 1           | +0.64                               |
|      | 3763.790              |               | 2-2        |           |                | -5.58                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -0.93             | 2           | +0.61                               |
|      | 3727.621              |               | 3-2        |           |                | -5.95                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.35             | 2           | +0.57                               |
|      | 3812.964              | $a^5F-z^3P^0$ | 3-2        | 0.95-4.19 | $d^7s-d^6sp$   | -6.31 k                                             | 9.1                                                     | 15.9                 | 0.09                               | 0.08                                                          | 0.83+29                         | 0.16         | 8.0            | -1.7              | C/D 1       | +0.56                               |
| (22) | 3647.844              | $a^5F-z^5G^0$ | 4-5        | 0.91-4.29 | $d^7s-d^6sp$   | -5.63 k                                             | 10.8                                                    | 17.6                 | 0.08                               | 0.51                                                          | 0.89+29                         | 0.16         | 8.9            | -1.0              | C/D 2       | +0.62                               |
|      | 5194.943              | $a^3F-z^3F^0$ | 3-3        | 1.56-3.94 | $d^7s-d^6sp$   | -7.11 k                                             | 5.3                                                     | 13.4                 | 0.16                               | 0.10                                                          | 0.03+29                         | 0.20         | 6.4            | -2.75             | —           | +0.60                               |
|      | 4602.944              | $a^3F-y^5F^0$ | 4-5        | 1.48-4.16 | $d^7s-d^7p$    | -6.76 k                                             | 7.9                                                     | 16.0                 | 0.12                               | 0.50                                                          | 0.15+29                         | 0.20         | 8.0            | -2.53             | 1           | +0.65                               |
|      | 4383.547              | $a^3F-z^5G^0$ | 4-5        | 1.49-4.36 | $d^7s-d^7p$    | -5.07 k                                             | 9.5                                                     | 17.6                 | 0.11                               | 0.50                                                          | 0.21+29                         | 0.20         | 9.1            | -0.84             | B/C 2       | +0.58                               |
|      | 4404.732              |               | 3-4        |           |                | -5.36                                               |                                                         |                      |                                    |                                                               |                                 |              |                | -1.02             | 1           | +0.69                               |





Mit Hilfe der Gewichtsfunktionen aus Tab. 2 folgt Integrand und Integral  $\frac{1}{g_{r,s}} \int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$ . Wir finden den Logarithmus desselben in Spalte 7. Die Angabe in Spalte 8 bezeichnet den Schwerpunkt  $\tau_{0,s}$  des Integrals — d. h. der Linienbildung — bezüglich  $\tau_0$ . Spalte 9 gibt die „mittlere Dämpfung“  $\bar{\gamma}$ , definitionsgemäß [vgl. VOIGT (1950)]  $\int_0^\infty \frac{\xi \gamma g'}{\kappa_0^+} d\tau_0 / \int_0^\infty \frac{\xi g'}{\kappa_0^+} d\tau_0$ . Diese Angabe dient zum Vergleich hinsichtlich der für mittlere (konstante!) Dämpfung gezeichneten theoretischen Wachstumskurven, sowie bezüglich von Ergebnissen früherer Untersuchungen, bei denen die Schichtung der Atmosphäre nicht berücksichtigt wurde.

Durch Addition von Spalte 7, 3, 1 und  $\log 7.5 \cdot 10^{-25} \lambda^4$  erhalten wir sodann die berechnete Flügelstärke; wir führen sie nicht gesondert auf.

#### 6. Vergleich zwischen Beobachtung und Theorie.

In Spalte 10 finden wir die gemessenen Flügelstärken, in Spalte 11 durch einen großen Buchstaben gekennzeichnet den „Typ“ (und bei Fe, in Tab. 16, eine Ziffer, ein „Gewicht“, das die Sicherheit der Flügelstärkenbestimmung charakterisieren soll und bei einer Mittelbildung zweckmäßig zu verwenden wäre).

Die letzte Spalte gibt das Endergebnis: die Differenz  $\log c$  (Beobachtung) —  $\log c$  (Theorie).

Bei der großen Zahl der zum Vergleich herangezogenen Linien übrigst sich, wegen des statistischen Charakters — vor allem beim Eisen — eine Diskussion der Einzelergebnisse.

Ins Auge fällt bei der Betrachtung von zunächst Tab. 15:

a) Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie ist für die Elemente mit Einelektronensystemen so gut, wie man es bei der Unsicherheit der Oszillatorenstärken nur erwarten kann. Um die Empfindlichkeit dieses Ergebnisses gegenüber Änderungen des Modells und damit auch der Häufigkeiten zu überprüfen, haben wir für die Na-D-Linien, für die die Oszillatorenstärke sicher ist, und auch die Messungen nichts zu wünschen übriglassen, unsere Rechnungen noch einmal wiederholt unter Zugrundelegung einmal des Sonnenmodells und der Häufigkeiten nach CLAAS (1951); sodann nach dem Vorgang von W. PRIESTER (1953) für das Modell VITENSE II.

(Hierbei muß man die verschiedenen Annahmen über die Heliumhäufigkeit [CLAAS] und die Verwendung einer anderen Wechselwirkungskonstanten, sowie des Elektronen- und Gasdruckes nach den Tabellen von ROSA bei PRIESTER beachten.)

Das Ergebnis finden wir in Abb. 11. Es ist der Abfall mit der Folge der Modelle in erster Linie ein Temperatureffekt, da die D-Linien über die Besetzungszahl in dieser Hinsicht besonders empfindlich sind [vgl. W. PRIESTER (1953)].

Ordinate:  $\log c$  (beob.)/ $\log c$  (theor.); Abszisse:  $\log A$  (Metallhäufigkeit). Es wurde angenommen, daß diese eine Funktion des Modells ist. Bei CLAAS übernahmen wir seine Angabe:  $\log A = 3.95$ . Bei VITENSE II ergaben Kontrollrechnungen bei  $\lambda 6160$ , daß dieses Modell für Na eine um 0.06 im log größere Häufigkeit liefern würde, dieser Wert wurde dann als charakteristisch für die Änderung der Gesamthäufigkeit der Metalle angesehen, so daß sich ergibt:  $\log A = 4.30$  (unser Wert)  $-0.06 = 4.24$ .

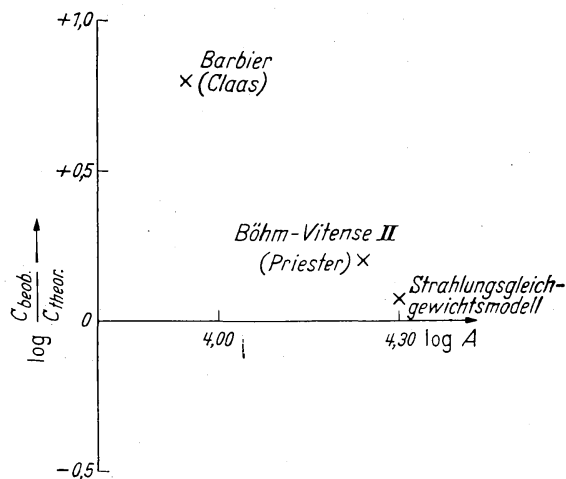


Abb. 11. Vergleich zwischen Beobachtung und Theorie bei der Na-D-Linie.

b) Für die Elemente mit Zwei- und Mehrelektronensystemen treten systematische Abweichungen auf in dem Sinne, daß die Theorie zu kleine Dämpfungskonstanten

liefert. Offensichtlich sind also diese Elemente störepfindlicher, und zwar desto mehr, desto komplizierter die äußeren Elektronenhüllen sind. Die Ergebnisse bei Titan und Nickel sind, da nur schwächere Linien herangezogen werden konnten, lediglich von qualitativem Wert; am deutlichsten zeigt sich der Effekt bei Eisen und Chrom.

Tab. 16 gibt die Einzelergebnisse für Eisen. Wir entnehmen ihr:

1. Die theoretische Dämpfung ist im Durchschnitt um einen Faktor 5 zu klein.

2. Die Streuung um diesen Mittelwert ist nur gering, und, vor allem, unabhängig vom Anregungspotential. Dies deutet darauf hin, daß es sich tatsächlich um einen Dämpfungseffekt handelt.

3. Die mittlere Gruppe, Multipllett 68—965, liefert im Durchschnitt eine geringere Abweichung und zeigt größere Streuung der Einzelwerte. Einige Linien fallen völlig heraus, bei ihnen sind sicher die  $f$ -Werte falsch (mit einem Stern versehen). Die Oszillatorenstärken dieser Gruppe basieren auf Messungen von CARTER (1949), es handelt sich um Emissionsmessungen im KINGSchen Ofen, über die noch keine weiteren Erfahrungen vorliegen. Wir möchten daher annehmen, daß die Unsicherheit der  $f$ -Werte die Ursache des erwähnten Tatbestandes ist. Um so mehr als:

4. die letzte Gruppe, basierend auf relativen  $f$ -Werten nach Summenregeln (Annahme von LS-Kopplung), erstaunlich gute innere Konsistenz der Ergebnisse zeigt. Es handelt sich um zwei verschiedene

Übergangsschemata — beim Eisen haben wir in Spalte 2 die Elektronenkonfiguration mitangegeben — für die getrennt, mittels schwacher Linien, die zur Hauptdiagonale der betrachteten Multipletts gehören, die Methode der Wachstumskurve zur Bestimmung des Faktors  $\log g_L f_L \frac{\varepsilon_i}{\Sigma \varepsilon_i}$  durchgeführt wurde. Der Anschluß erfolgte mittels der Tafeln von GOLDBERG (1935) und RUSSELL (1936).

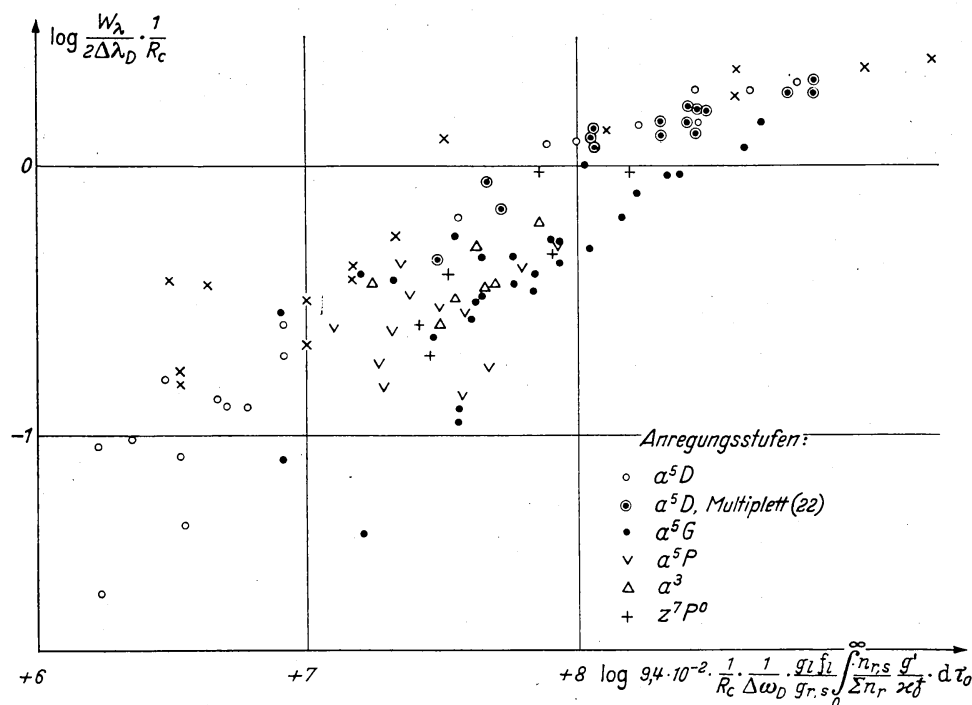


Abb. 12. Empirische Wachstumskurve des Chroms nach den  $f$ -Werten von HILL und KING (1951) (Ref. 1). ( $\times$   $a^5S$ ,  $\Delta$   $a^3P$ ).

5. Für Multiplett Nr. 1146 und 1165 liegen gemessene Wechselwirkungskonstanten für Elektronenstoß von PANTER und FOSTER (LANDOLT-BÖRNSTEIN (1950)] vor; ihre Berücksichtigung ergab, daß die Vernachlässigung dieses Anteils der Dämpfung beim Eisen berechtigt ist.

6. Während unsere Ergebnisse keinen Gang mit dem Anregungspotential zeigen, wäre dies der Fall, wenn wir die Wechselwirkungskonstante  $C_H$  nur für den oberen Term berechnet hätten. In Spalte 4c finden wir die Größen, um die sich in diesem Falle unsere Ergebnisse in Spalte 12 geändert hätten (in erster Näherung, unter der Annahme, daß die Strahlungsdämpfung zu vernachlässigen ist); Spalte 4c gibt  $\frac{2}{5} \log C_H$  (oberer Term) —  $\frac{2}{5} \log C_H$  (Differenz).

7. Unser Endergebnis zeigt über Punkt 2, Unabhängigkeit vom Anregungspotential, hinaus ebenfalls Unabhängigkeit von der Parität. Wir können also aus unserem Material den von CARTER (1949) vermu-

teten und von B. BELL (1951) sowie SANDAGE und HILL (1950) weiter untersuchten "Parity-Effect" nicht bestätigen.

Die Ergebnisse für Chrom finden wir in Tab. 15. Hier ist der Faktor  $\log c$  (beob.)/ $\log c$  (theor.) annähernd der gleiche wie beim Eisen, und, wenn man von dem herausfallenden Multiplett 93 absieht, auch nahezu konstant. Abb. 12 gibt die Wachstumskurve des Chroms nach den  $f$ -Werten von HILL und KING (Ref. 1), mittels derer  $\log g_L f_L \frac{\varepsilon_i}{\sum \varepsilon_i}$  bestimmt wurde. Es zeigt sich hierbei übrigens, daß die Oszillatorenstärken für die höher angeregten Linien nur geringes Vertrauen verdienen.

Abschließend weisen wir darauf hin, daß es bei der durch die  $f$ -Werte hereinkommenden Unsicherheit —

(vgl. etwa Eisen, Multiplett 20—45; neben Spalte 12 am Rande die Ergebnisse unter Verwendung der  $f$ -Werte von GOTTSCHALK an Stelle derer von KING)

— zur Zeit noch nicht sinnvoll ist, aus unserem Material empirische Wechselwirkungskonstanten für die *einzelnen* Linien abzuleiten. Bessere und zahlreichere Oszillatorenstärken sind daher auch hier eine Vorbedingung für weitergehende Untersuchungen.

Herrn Professor Dr. A. UNSÖLD danke ich herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und für mannigfache, wertvolle Hinweise.

#### Literatur.

- ALLEN, C. W.: Photometry of the Solar D Lines. *Monthly Notices* **100**, 10 (1939).  
 BARBIER, D.: La Structure de la Photosphère Solaire. *Ann. d'Astrophysique* **9**, 173 (1946). — BELL, B.: A Study of Doppler and Damping Effects in the Solar Atmosphere. Harvard Univ., Special Report No. 35 (1951). — BÖHM, K. H.: Die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre im nichtgrauen Strahlungsgleichgewicht. *Z. Astrophysik* **34**, 182 (1954). — BÖHM-VITENSE, E.: Über die Temperatur- und Druckschichtung der Sonnenatmosphäre. *Z. Astrophysik* **34**, 209 (1954). — BROWN, H.: A Table of Relative Abundances of Nuclear Species. *Rev. Mod. Phys.* **21**, 625 (1949). — TEN BRUGGENCATE, P., u. J. HOUTGAST: Bestimmung der Dämpfung zweier Fe-Multipletts für Mitte und Rand der Sonnenscheibe. *Z. Astrophysik* **20**, 149 (1940). — CARTER, W. W.: Measurements of  $f$ -Values in the Iron Spectrum with Applications to Solar and Stellar Atmospheres. *Physic. Rev.* **76**, 962 (1949). — CLAAS, W. J.: The Composition of the Solar Atmosphere. *Recherches Astr. Obs. Utrecht* **12**, Part I (1951). — GOLDSCHMIDT, V. M.: Geochemische Verteilungsgesetze IX. *Videnskapakademien, Oslo* 1938. — HOUTGAST, J.: The Variations in the Profiles of Strong Fraunhofer Lines along a Radius of the Solar Disc. *Utrecht. Diss.* 1942. — HUNGER, K.: Die Atmosphäre des A0-Sternes  $\alpha$  Lyrae. *Z. Astrophysik* **33**, 42 (1955). — KING, R. B.: Absolute  $f$ -Values for Lines of FeI. *Astrophysic. J.* **95**, 78 (1942). — KOPFERMANN, H., u. G. WESSEL: Die absoluten  $f$ -Werte der Fe-I Resonanzlinien. *Z. Physik* **130**, 100 (1951). — KUIPER, G. P.: The Atmospheres of the Earth and the Planets. Univ. Chicago Press, 2nd edition 1952. — LINDHOLM, E.: Zur Theorie der Verbreiterung von Spektrallinien. *Ark. mat., astr. och fys.* **28 B**, No. 3 (1941), und *Diss. Upsala* 1942 sowie *Ark. f. Mat.* **32 A**, No. 17 (1945). — MICHARD, R.: On the Energy Distribution in the Ultra-Violet Continuous Spectrum of the Sun. *Bull. Astr. Nether-*

lands 11, 416, 227 (1950). — MINNAERT, M.: Die Profile der äußeren Teile der starken Fraunhoferschen Linien. *Z. Astrophysik* 10, 40 (1935). — MINNAERT, M., u. J. GENARD: Intensitätsmessungen an der Serie 2P—nD des Magnesiums. *Z. Astrophysik* 10, 377 (1935). — PECKER, J. C.: Contribution a la Theorie du Type Spectral IV. *Ann. d'Astrophysique* 14, 115 (1951). — PRIESTER, W.: Photometrie von Fraunhofer-Linien mit der Lummer-Platte, angewandt auf die Mitte-Rand-Variation der Natrium-D-Linien. *Z. Astrophysik* 32, 200 (1953). — ROSA, A.: Der Aufbau der Sternatmosphären I. *Z. Astrophysik* 25, 1 (1948). — SANDAGE, A. R., and A. J. HILL: The Solar Curve of Growth for Lines of Cr I. Mount Wilson and Palomar Reprint No. 35 (1950). — SHANE, C. D.: Profiles of the D lines in the Solar Spectrum. *Lick Observ. Bull.* No. 507 (1941). — STRÖMGREN, B.: On the Chemical Composition of the Solar Atmosphere. *Festschrift für Elis Strömgren*. København 1940. — TRAVING, G.: Die Atmosphäre des B0-Sternes  $\tau$  Scorpii. *Z. Astrophysik* 36, 1 (1955). — UNSÖLD, A.: Stoßdämpfung in der Sonnenatmosphäre. *Z. Astrophysik* 12, 56 (1936); *Physik der Sternatmosphären*. Berlin: Julius Springer 1938; Über die Theorie der Druckverbreiterung und -verschiebung von Spektrallinien. *Vjschr. astron. Ges.* 78, 213 (1943); Quantitative Spektralanalyse der Sonnenatmosphäre. *Z. Astrophysik* 24, 306 (1948); Ergänzung 25, 352 (1948); The Constitution of the Solar Atmosphere. *Atti „Convegno Volta“* XI, Florenz 1952. Rom 1953. — UNSÖLD, A., u. V. WEIDEMANN: Stratton-Festschrift „Vistas in Astronomy“ (im Erscheinen). — UREY, H. C.: The Abundance of the Elements. *Physic. Rev.* 88, 248 (1952). — VITENSE, E.: Kontinuierliche Absorption und Streuung als Funktion von Druck und Temperatur. *Z. Astrophysik* 28, 81 (1951). — VOIGT, H. H.: Dämpfung und Mitte-Rand-Variation der Flügel der Mg-Serie 3 P—n D auf der Sonne. *Z. Astrophysik* 27, 82 (1950). — WEISSKOPF, V.: Zur Theorie der Kopplungsbreite und der Stoßdämpfung. *Z. Physik* 75, 299 (1932).

#### *Nachschlagewerke.*

Photometric Atlas of the Solar Spectrum. M. MINNAERT, G. F. W. MULDER, J. HOUTGAST, Utrecht 1940. — Photometric Atlas of the Near Infra-Red Solar Spectrum. O. C. MOHLER, A. K. PIERCE, R. R. McMATH, L. GOLDBERG, Ann. Arbor Univ. of Mich. 1950. — Photometric Catalogue of FRAUNHOFER Lines. *Recherches Astr. Obs. Utrecht* 12, Part II (1951). — Revision of ROWLANDS Preliminary Table of Solar Spectrum Wavelengths. Carnegie, Washington 1928. — Atomic Energy Levels. C. E. MOORE. Circular of the National Bureau of Standards 467, I (1949); II (1952). — A Multiplet Table of Astrophysical Interest. C. E. MOORE. Revised Ed. Contributions from the Princeton Univ. Obs. No. 20 (1945). — Tafeln elementarer Funktionen. F. EMDE. 2. Aufl. Leipzig 1948. — LANDOLT-BÖRNSTEIN: Zahlenwerte und Funktionen aus Physik etc., 6. Auflage, I. Bd., 1. Teil, Springer-Verlag 1950.

Dr. VOLKER WEIDEMANN, Kiel, Neue Universität,  
Institut für theoretische Physik und Sternwarte.